



---

# Transport du rayonnement cosmique dans les milieux faiblement ionisés

---

**Résumé** *Ce travail traite de la propagation et du confinement d'une instabilité de streaming de rayons cosmiques dans les phases faiblement ionisées du milieu interstellaire. Je détermine dans un premier temps le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén en résolvant la relation de dispersion des ondes magnétiques dans un milieu collisionnel et visqueux. Je calcule ensuite le taux de croissance des ondes d'Alfvén en considérant que les rayons cosmiques subissent des phénomènes d'accélération stochastique de Fermi par les perturbations magnétiques. L'équilibre entre la production et la saturation des ondes d'Alfvén me permet de proposer un modèle de turbulence de Alfvén auto-générée, slab. Le coefficient de diffusion en angle d'attaque est alors dérivé et reflète l'anisotropie du modèle de turbulence. Des effets supplémentaires de saturation du champ magnétique, l'interaction du spectre de turbulence auto-générée avec le spectre de turbulence à grande échelle et autres perspectives de travail sont discutées.*

**Abstract** *This work discuss the propagation and confinement of a cosmic rays in weak ionised phases of the interstellar medium through the triggering of a streaming instability. I first determine Alfvén waves damping rate by solving the dispersion relation of magnetic waves in a collisional and viscous environment. I calculate the Alfvén waves growth rate by considering that cosmic rays are subject to a stochastic Fermi acceleration process. The balance between production and saturation of Alfvén waves allows to propose a slab auto-generated Alfvén turbulence model. The pitch angle diffusion coefficient is derived and his behavior results from the anisotropy of the turbulence model. Additional effects producing turbulent saturation, the interactions between the auto-generated turbulence spectrum and the large-scale turbulence spectrum, and other perspectives of work are finally discussed.*

Loann Brahim  
Master 2 CCP 2016-2017  
Équipe EMA<sup>1</sup>  
loann.brahimi@etu.umontpellier.fr

Stage encadré par Alexandre Marcowith  
Directeur de recherche  
Équipe EMA<sup>1</sup>  
alexandre.marcowith@umontpellier.fr  
Tel : 0467144257



# Table des matières

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>   | <b>3</b>  |
| 1.1      | Rayonnement cosmique . . . . .  | 3         |
| 1.2      | Propagation des rayons cosmiques . . . . .                                    | 4         |
| 1.3      | Problématique et description du travail . . . . .                             | 4         |
| <b>2</b> | <b>Éléments de théorie du transport dans les plasmas en approximation MHD</b> | <b>7</b>  |
| 2.1      | Grandeurs et caractéristiques principales d'un plasma . . . . .               | 7         |
| 2.2      | Équations fondamentales de la MHD . . . . .                                   | 8         |
| 2.3      | Équation du transport . . . . .   | 9         |
| 2.4      | Éléments de théorie quasi-linéaire . . . . .                                  | 9         |
| 2.5      | Les modes MHD . . . . .   | 11        |
| 2.6      | La turbulence MHD . . . . .   | 12        |
| <b>3</b> | <b>Le milieu interstellaire et le rayonnement cosmique</b>                    | <b>14</b> |
| 3.1      | Composition du milieu interstellaire . . . . .                                | 14        |
| 3.2      | Mécanismes de génération de la turbulence . . . . .                           | 15        |
| <b>4</b> | <b>Turbulence magnétique dans les milieux faiblement ionisés</b>              | <b>18</b> |
| 4.1      | Échelles de découplage . . . . .  | 18        |
| 4.2      | Propagation des ondes d'Alfvén . . . . .                                      | 19        |
| 4.3      | Échelles d'amortissement de la turbulence à grande échelle . . . . .          | 21        |
| <b>5</b> | <b>Instabilité de streaming et saturation du champ turbulent</b>              | <b>22</b> |
| 5.1      | Principe . . . . .  | 22        |
| 5.2      | Interaction ondes-particules . . . . .  | 22        |
| 5.3      | Croissance des ondes d'Alfvén . . . . .                                       | 23        |
| 5.4      | Effets supplémentaires de saturation turbulente . . . . .                     | 26        |
| <b>6</b> | <b>Turbulence auto-générée par l'instabilité de rayons cosmiques</b>          | <b>27</b> |
| 6.1      | Distribution des rayons cosmiques . . . . .                                   | 27        |
| 6.2      | Turbulence auto-générée . . . . .   | 28        |
| 6.3      | Diffusion en angle d'attaque des rayons cosmiques . . . . .                   | 28        |
| <b>7</b> | <b>Applications</b>   | <b>30</b> |
| 7.1      | Code RAMSES . . . . .   | 30        |
| 7.2      | Code cinétique de Nava et al. (2016) . . . . .                                | 30        |
| <b>8</b> | <b>Conclusion</b>   | <b>32</b> |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>A</b> | <b>Acronymes et notations</b>                    | <b>34</b> |
| <b>B</b> | <b>Figures</b>                                   | <b>35</b> |
| B.1      | Relation de dispersion . . . . .                 | 35        |
| B.2      | Spectre turbulent . . . . .                      | 38        |
| B.3      | Coefficients de diffusion $D_{\mu\mu}$ . . . . . | 41        |

**Remerciements** Ce stage a été une belle surprise et une expérience très enrichissante. J’ai été, pendant ces trois mois, confronté aux problèmes des théoriciens et je me suis rendu compte à quel point chaque terme d’une expression, aussi insignifiant soit-il, est important ! C’est promis, je ne négligerai plus les facteurs deux (même si ce n’est pas trop grave dans certains domaines de l’Astrophysique). Plus sérieusement ce stage m’a permis de comprendre comment la physique théorique et la physique numérique travaillent ensemble pour proposer des modèles les plus proches possibles de ce que la réalité a à nous offrir. C’est également un domaine tout nouveau de la physique que j’ai découvert. Bien que passionné des sciences de l’univers, je n’aurais jamais imaginé que l’espace entre les étoiles était si actif ! Finalement, c’est un projet de recherche, un nouvel objectif qui s’est ouvert à moi. Mais tout ceci n’aurait jamais été possible sans mon encadrant de stage, Alexandre Marcowith que je souhaite remercier en premier, pour avoir fait bien plus que le simple travail d’un maître de stage et a su valoriser mes travaux. Je souhaite également remercier Yves Gallant avec qui j’ai partagé mon espace de travail pendant ce stage et qui a toujours été présent pour répondre à mes interrogations. Je voudrais encore remercier Justine Devin, Michelle Tsiro mais aussi tous les autres doctorants du LUPM pour le soutien qu’ils m’ont apporté et les précieux conseils qu’ils m’ont donné. Je tiens également à remercier mes collègues du master Adrien Millet, Stefan Auclair et Natthan Pigoux pour avoir toujours répondu présent à l’heure de la pause. Finalement je tiens à remercier tous les membres du LUPM qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de mon projet. Et je souhaite de tout cœur continuer cette aventure pendant quelques années encore.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Rayonnement cosmique

On qualifie de rayonnement cosmique (RC) le flux de particules énergétiques chargées pour la plupart se déplaçant dans le milieu interstellaire (MIS). En ce sens, les RCs sont des particules énergétiques qui se déplacent dans un milieu ambiant stationnaire. Les RCs jouent un rôle important dans la dynamique du MIS. Ces derniers sont composés à  $\sim 99\%$  de noyaux et  $\sim 1\%$  d'électrons. Les noyaux contiennent  $\sim 89\%$  de protons,  $\sim 10\%$  de particules alpha et  $\sim 1\%$  de métaux. La densité d'énergie moyenne des rayons cosmiques dans le MIS est d'environ  $1 - 2 \text{ eV cm}^{-3}$ . Le spectre d'énergie de ces particules s'étend d'environ 100 MeV à des énergies de l'ordre du PeV pour les RCs galactiques. Tandis que les particules de très hautes énergies semblent principalement accélérées par les supernovæ, la coupure à basse énergie est liée à l'héliosphère.

Les particules primaires incluent les protons, les neutrons, les noyaux d'hélium, les électrons et positrons et les noyaux plus lourds. Cette classe de RCs est fortement dominante dans le MIS car ce sont des particules stables ou dont le temps de vie est notable. Les RCs secondaires sont créés par interaction entre les particules primaire et/ou avec les photons du milieu. Les particules secondaires ont généralement un temps de vie très court. Parmi les plus communes on trouve les pions neutres et les muons. Le spectre d'énergie du fond diffus des RCs est présenté dans la figure 1.1.

Dans la bande  $10 - 10^6 \text{ GeV}$  la densité de RCs évolue en  $dN/dE \propto E^{-4.7}$ . Tous les rayons cosmiques d'énergie inférieure au genou ont une origine essentiellement galactique. Au delà du genou dans la bande  $10^6 - 10^{11} \text{ GeV}$ , le spectre de rayons cosmique évolue en  $dN/dE \propto E^{-5}$ . L'origine des rayons cosmiques au delà du genou est encore mal connue, les recherches semblent indiquer qu'ils ont essentiellement une origine extra galactique (Glennys et al. 2015) et pour la partie faible énergie les supernovæ (Erlykin et al. 2011 [14]). Il existe de très nombreuses sources de rayonnement cosmique. Il est admis que les principaux contributeurs de particules énergétiques galactiques sont les supernovæ. Les résidus d'étoiles mortes comme les rémanents de supernova, les nébuleuses de vent de pulsar ainsi que les objets compact associés : pulsars, étoiles à neutron, trou noir sont de très bons accélérateurs de RCs. Les étoiles massives contribuent également au rayonnement cosmique à travers l'émission de vent stellaire, les systèmes binaires d'étoiles massives à collision de vent stellaire sont également de très bons émetteurs de particules énergétiques dans le MIS.

Les particules peuvent être accélérées de différentes manières. Elles peuvent être soumises à un fort champ électrique comme dans le cas des magnétosphères de pulsar, elles peuvent aussi (plus rarement) être accélérées gravitationnellement (par transfert d'énergie gravitationnelle en énergie magnétique) par des objets compacts. Mais les modes d'accélération principaux des RCs sont les chocs. En effet, dans un choc les particules sont accélérées par processus successifs de Fermi du premier ordre et contribuent à la dissipation de l'onde de choc dans le MIS. Certaines particules sont également produites par des particules accélérées comme par exemple le  $\pi^0$  qui provient de la collision de deux protons et se désintègre rapidement en deux photons. Des neutrons peuvent également être produits par collision. Mais ces particules ne nous parviennent pas car leur temps de vie est trop court. Le temps de vie des électrons est infini mais ils sont extrêmement sensibles au champ magnétique à cause de leur faible inertie et se recombinent rapidement avec des noyaux pour former des éléments chimiques. Les neutrinos interagissent trop peu avec la matière et sont difficilement détectables. Seuls les protons peuvent nous parvenir directement depuis une source énergétique. Cependant, ces derniers sont sensibles aux lignes de champ magnétique galactique et suivent une marche aléatoire représentative de la complexité de la distribution du champ magnétique dans le MIS.

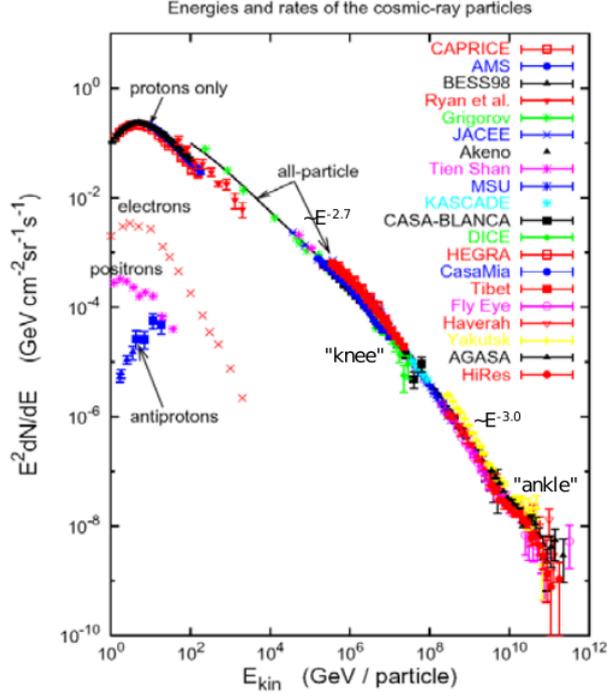


FIGURE 1.1 – Spectre d'énergie du fond diffus de RCs. Figure tirée de Diehl (2009) [7].

## 1.2 Propagation des rayons cosmiques

L'essentiel des RCs sont sensibles à l'interaction électromagnétique (EM). Leur trajectoire au sein de la galaxie est donc fortement dépendante de la distribution du champ magnétique galactique. En effet, en première approximation les lignes de champ magnétique agissent comme un guide pour les particules. La force de Lorentz nous dit qu'une particule chargée soumise à un champ magnétique rectiligne uniforme suit un mouvement hélicoïdal caractérisé par une vitesse perpendiculaire à la ligne de champ magnétique notée  $v_{\perp}$  et une vitesse parallèle à la ligne de champ magnétique notée  $v_{\parallel}$ .

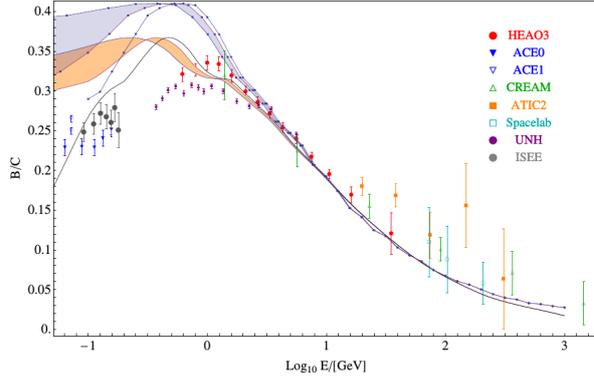
Le point coïncidant avec la ligne de champ magnétique dans le référentiel à la vitesse  $v_{\text{référentiel}} = v_{\parallel}$  autour duquel orbite la particule chargée est qualifié de centre guide. Dans ce même référentiel, le rayon de la rotation est qualifié de rayon de Larmor défini par  $r_l \approx mc\beta\gamma/eB$  pour une particule relativiste. La vitesse parallèle à la ligne de champ est définie par  $v_{\parallel} = v\mu$  où  $\mu = \cos\alpha$  et  $\alpha = (\mathbf{v}, \mathbf{B})$  est l'angle d'attaque de la particule chargée. Tous ces paramètres sont fortement dépendant de l'intensité du champ magnétique et sont responsables de la marche aléatoire des RCs dans le MIS.

En particulier, lorsque les lignes de champ magnétique sont perturbées, les paramètres de transport des particules sont également affectés. Ceci est à l'origine de différents phénomènes de diffusion des RCs dans le MIS. Cependant, la diffusion des RCs dépend indirectement de leur énergie par l'intermédiaire du spectre de turbulence du milieu. Ce phénomène de diffusion dépendante de l'énergie se retrouve à travers les mécanismes de production d'éléments légers comme le Bore, le Lithium et le Béryllium. Le fait que ces éléments ne sont produits que par spallation dans le MIS nous donne un renseignement précieux sur le spectre de diffusion des RCs. En effet, la figure (1.2a) nous montre que le ratio Bore/Carbone dépend de l'énergie des particules et que ce ratio décroît avec l'énergie. Ceci est interprété comme l'augmentation de la probabilité que les noyaux de Carbone quittent la galaxie en fonction de leur énergie.

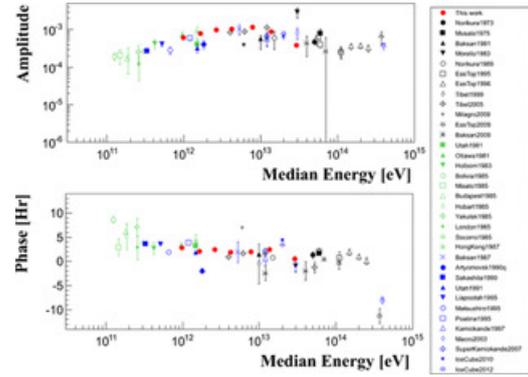
Enfin, en première approximation la distribution angulaire du rayonnement cosmique dans la galaxie est isotrope comme le montre la figure (1.2b). Ceci est la conséquence d'un phénomène de diffusion stochastique dans la galaxie.

## 1.3 Problématique et description du travail

Les RCs jouent probablement un rôle fondamental dans la dynamique du MIS. Ils contribuent en particulier à la turbulence magnétohydrodynamique et peuvent être à l'origine de mécanismes d'instabilités dans les nuages moléculaires. Ce travail contribue au calcul de la valeur de la turbulence auto-générée par les RCs de faible



(a) Ratio B/C - Enyamin et al. (2013)



(b) Distribution angulaire du rayonnement cosmique - Bartoli et al. (2015)

énergie ( $\sim 10^2$  GeV). Il s'agit de comprendre en quoi la turbulence à petite échelle peut avoir un impact parfois plus important que la turbulence à grande échelle et est impliquée dans des processus astrophysiques fondamentaux pour la compréhension de la dynamique des nuages moléculaires et des phénomènes de formation stellaire.

La turbulence dans le MIS est un sujet dont l'importance est croissante depuis que son impact sur l'astrophysique galactique et extragalactique a été montré. Cependant, il n'existe pas à proprement parler de théorie de la turbulence. De nombreuses phénoménologies de la turbulence dans les plasmas ont été développées depuis les années '60 notamment grâce à la mise en place de la théorie quasi-linéaire du transport (Drummond & Pines 1962, Velikhov & Sagdeev 1962). Cette théorie permet de résoudre l'équation de transport des RCs dans l'approximation de faibles perturbations. La théorie de la turbulence MHD compressible et incompressible dans un milieu ionisé a été mise au point récemment (Goldreich & Sridhar 1995 [49] [20], Lithwick & Goldreich 2001 [31], Cho & Lazarian 2002 [5], 2003 [6]). Cette théorie a été étendue aux milieux partiellement ionisés en considérant le comportement des neutres dans les milieux MHD (Vishniac, Cho & Lazarian 2001 [53]). Les différents modèles de turbulence sont régulièrement testés par des simulations numériques (Maron & Goldreich 2001 [32], Cho & Lazarian 2002 [5], 2003 [6]) dont l'importance est considérable dans un domaine où toutes les théories ne convergent pas forcément vers les mêmes résultats physiques.

Sauf comportements asymptotiques bien définis dans des cas idéaux, la dynamique des plasmas est extrêmement complexe et son étude passe principalement par les méthodes de modélisation numérique. Des codes magnétohydrodynamiques (MHD) ont été conçus pour cette approche du problème. Ils permettent de faire de la parallélisation sur des machines de calcul puissantes afin de traiter une très grande quantité de données (Teyssier 2002 [52], Pomaredé et al. 2008 [38], Kestener 2014, 2012(b), Stone et al. 2010 [50], 2009 [51]). Tous ces codes sont basés sur la résolution couplée des équations MHD. Il s'avère parfois nécessaire d'avoir des approches plus complètes lorsque la dynamique des neutres est à prendre en compte. Le formalisme à l'origine de l'étude de la dynamique d'un plasma MHD passe par l'approche 1-fluide (Braginskii 1965 [4], Balsara 1996 [2]) et décrit le comportement du fluide dans l'approximation de fort couplage des ions avec les neutres. Dans le cas où les ions et les neutres ne sont plus couplés, une approche 2-fluides (un fluide chargé et un fluide neutre) est nécessaire (Pudritz 1990 [39], Balsara 1996 [2]). Des codes MHD ont donc été développés pour tenir compte des différents fluides en interaction dans les milieux MHD. Cependant, les méthodes numériques sont limitées par la résolution des grilles de calcul. En addition de la croissance exponentielle de la puissance de calcul des machines avec le temps, une avancée notable dans le domaine des méthodes d'optimisation numérique et dans le domaine du formalisme du transport MHD est nécessaire.

La turbulence du MIS est clairement impliquée dans les phénomènes d'accélération et de transport des RCs. Ces derniers engendrent à leur tour de la turbulence. L'ensemble des théories sont basées sur la résolution d'une équation de transport de densité d'espace des phases des RCs couplée aux équations de la MHD (Achatz, Steinacker & Schlickeiser 1991 [1], Yan & Lazarian 2011 [57]). Dans la plupart des cas, il n'est pas possible de résoudre analytiquement ni même numériquement l'équation de Boltzmann avec un terme de collisions difficile à déterminer. Une méthode plus adaptée consiste à se placer dans le référentiel du centre guide des particules et à exprimer de manière perturbative l'ensemble des champs de force fluctuants. L'équation de Fokker-Planck ainsi obtenue permet d'accéder au comportement de la distribution de RCs à travers le calcul de coefficients de diffusion (Schlickeiser 1988ab [41] [42]). Cependant, cette méthode est basée une approximation de fluctuations quasi-linéaires et ne s'applique pas en régime de forte turbulence.

La compréhension des interactions entre les ondes d'Alfvén et les RCs est donc primordiale. En particulier, il a été montré qu'un milieu hydromagnétique perturbé peut contribuer à ralentir les mouvements convectifs de

RCs (Skilling 1975a [46]). A contrario, les ondes d’Alfvén subissent à leur tour une cascade énergétique au profit des mouvements de RCs (Skilling 1975b [47]). Enfin, par transfert d’énergie successifs des RCs vers les ondes et des ondes vers les RCs, les particules peuvent se retrouver confinées dans une partie restreinte de l’espace des phases créant ainsi une instabilité de streaming à l’origine de la croissance des ondes d’Alfvén (Skilling 1975c [48]). L’objectif de ce travail est de déterminer le niveau de turbulence auto-entretenu par une instabilité de streaming de RCs de basse énergie dans les milieux faiblement ionisés. Il s’agit de calculer analytiquement les variations du champ magnétique moyen à partir de l’équilibre entre l’amortissement des ondes d’Alfvén dû principalement aux collisions ions-neutres, et la croissance des ondes d’Alfvén grâce à l’instabilité de streaming. Ceci permet de remonter au coefficient de diffusion  $D_{\mu\mu}$  en angle d’attaque.

L’intérêt de ce travail est de créer une grille de diffusion des RCs par la turbulence auto-générée d’Alfvén. Cette grille doit contribuer au calcul du coefficient de diffusion total des RCs réalisé par le code MHD bi-fluide Ramses (Dubois & Commerçon 2015 [13]). En effet, la résolution utilisée dans les simulations de transport de RCs dans les milieux MHD donne l’accès uniquement au coefficient de diffusion  $D_{\mu\mu}$  à grande échelle, c’est à dire à celui généré par la turbulence aux échelles de l’ordre de la taille de la boîte de la simulation. Ce travail consiste également à adapter un code cinétique de diffusion non-linéaire de RCs provenant d’un SNR en l’adaptant aux milieux faiblement ionisés et en améliorant ensuite le calcul du coefficient de diffusion (Nava et al. 2016 [37]).

Ce compte rendu se présente comme suit. Dans le chapitre 2 j’introduit l’ensemble des concepts théoriques fondamentaux de la physique des plasmas et théories liées au transport dans les milieux perturbés, nécessaires à la compréhension des notions utilisées dans les chapitres suivants. A travers le chapitre 3 je développe le contexte astrophysique de l’étude et présente les différentes phases du MIS et leurs propriétés MHD. Dans le chapitre 4, je résous la relation de dispersion d’un milieu faiblement ionisé afin de caractériser le comportement des ondes d’Alfvén (Xu, Lazarian & Yan 2015b [56]). Dans le chapitre 5 je discute de l’instabilité de streaming et de la saturation du champ turbulent. Le taux de croissance des ondes d’Alfvén est calculé à partir de la théorie quasi-linéaire du transport. Dans le chapitre 6 je discute de la turbulence d’Alfvén auto-générée et de son importance relative à la turbulence injectée à grande échelle. Dans le chapitre 7 je décris les deux applications principales du calcul des coefficients de diffusion  $D_{\mu\mu}$  et plus généralement de la phénoménologie des milieux faiblement ionisés. Enfin dans un dernier chapitre je conclus sur les perspectives ouvertes par ce travail.

## Chapitre 2

# Éléments de théorie du transport dans les plasmas en approximation MHD

La définition du terme "plasma" est très vaste. A travers ce terme, nous souhaitons cibler tous les plasmas astrophysiques froids ( $10 < T < 10^4$  K) de faible densité ( $10^{-2} < n_{\text{tot}} < 10^4$  cm $^{-3}$ ). Sont ciblés en particulier les plasmas qui composent le MIS. Dans ce chapitre, nous présentons la propagation des rayons cosmiques dans les plasmas partiellement ionisés. Ce chapitre n'a pas vocation à faire un cours sur la théorie du transport dans les milieux turbulents. Le cours de Schlickeiser (2002) [43] détaille parfaitement l'ensemble du formalisme avec précision. Cette partie présente tout de même les différentes définitions, relations fondamentales de la théorie qui seront par la suite utilisées dans ce travail.

### 2.1 Grandeurs et caractéristiques principales d'un plasma

D'une manière générale, un plasma est un fluide composé de particules chargées et de particules neutres. Il est caractérisé par son taux d'ionisation

$$X = \frac{n_i}{n_n + n_i} \quad (2.1)$$

où  $n_{i+} = \sum_a n_{i+}^a$  est l'abondance des espèces chargées positivement et  $n_n = \sum_a n_n^a$  est celle des espèces neutres.  $a$  désigne l'espèce. On désigne également  $n_{i-} = n_e + \sum_a n_{i-}^a$  la densité d'espèces chargées négativement égale à la densité d'électrons si le plasma ne comporte pas d'autres espèces chargées négativement.  $e$  désigne les électrons et  $i-$  désigne tout autre espèce chargée négativement. On définit pour un plasma de densité moyenne  $n_{\text{tot}} = n_i + n_n$  où  $n_i = n_{i+} + n_{i-}$ . La longueur de Debye d'écrantage électrique donnée par

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi n_e e^2}}, \quad (2.2)$$

$T_e$  étant la température électronique, qui caractérise la longueur caractéristique à partir de laquelle on peut considérer que le plasma est en moyenne neutre électriquement. Pour toute échelle  $\lambda > \lambda_D$  on exprime la neutralité électrique par une compensation moyenne de l'abondance des espèces chargées négativement et des espèces chargées positivement  $n_i = n_e$ . Afin de simplifier notre étude sur le plasma, on considère que la taille caractéristique du plasma  $L$  est grande devant toutes les échelles possibles d'étude de propagation des rayons cosmiques en son sein notée  $\epsilon$  afin que ce dernier puisse être, à l'ordre le plus bas, considéré comme isotrope et homogène. L'échelle caractéristique de notre étude est donc définie par la relation

$$\lambda_D \ll \epsilon \ll L. \quad (2.3)$$

Le taux d'ionisation d'un plasma joue un rôle fondamental dans sa dynamique. En particulier lorsqu'il est faible ( $X \ll 1$ ) le plasma possède deux régimes dynamiques différents (Xu, Yan & Lazarian 2015a [55]). Aux grandes échelles les ions et les neutres sont fortement couplés, une approche 1-fluide est suffisante car les neutres suivent les mêmes mouvements globaux que les ions. Mais aux petites échelles, cette dernière n'est plus suffisante car les ions et les neutres ne sont plus couplés. Il est alors commode d'adopter une approche 2-fluides qui permet de traiter les deux espèces séparément.

## 2.2 Équations fondamentales de la MHD

Dans ce travail, nous adoptons une description MHD du champ EM. En effet, les échelles de variations du champ EM qui nous intéressent sont de l'ordre du rayon de Larmor  $r_l$  des particules chargées.  $r_l$  est grand devant l'échelle caractéristique du plasma  $\sim \lambda_D$  ce qui nous permet d'adopter une description continue des variations EM et HD. La théorie magnétohydrodynamique lie les équations de Maxwell aux équations fluides. Ces équations sont les suivantes

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = 4\pi\rho_c(\mathbf{x}, t) \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_c(\mathbf{x}, t) \quad (2.7)$$

où la densité volumique de charges  $\rho_c$  et la densité volumique de courant  $\mathbf{J}_c$  s'écrivent de manière respective ( $c$  désigne une densité ou un courant de charge)

$$\rho_c(\mathbf{x}, t) = \sum_k \sum_a n_k^a q_k^a \int_{-\infty}^{+\infty} d^3v f_k^a(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \rho_c^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{J}_c(\mathbf{x}, t) = \sum_k \sum_a n_k^a q_k^a \int_{-\infty}^{+\infty} d^3v \mathbf{v} f_k^a(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{J}_c^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) \quad (2.9)$$

(où  $k \in \{i+, i-, e\}$  et  $a$  représente toutes les espèces autre que les électrons) et servent de couplage entre les équations de Maxwell et les équations fluide données par

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}(t)\rho(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad (2.10)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla P(\mathbf{x}, t) - \mathbf{J}_c(\mathbf{x}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = f_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) \quad (2.11)$$

où  $f_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$  représente les forces externes appliquées au système,  $\rho_c^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$  et  $\mathbf{J}_c^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$  sont une densité de charges et un courant de charges externes respectivement qui peuvent s'appliquer dans le cadre d'un système physique ouvert. Ici  $\rho = \rho_n + \rho_c$  où  $\rho_n$  représente la densité de fluide neutre. La dérivée matérielle  $d\mathbf{v}/dt$  est définie comme

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}. \quad (2.12)$$

Tandis que la pression est définie comme  $P(\mathbf{x}, t) = \sum_l \text{Tr} [\Pi_{hk}^l(\mathbf{x}, t)]$  où

$$\Pi_{hk}^l(\mathbf{x}, t) = m_l \int_{-\infty}^{+\infty} d^3v (v_h - V_h)(v_k - V_k) f^l(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (2.13)$$

et  $V_i$  représente la vitesse moyenne des particules dans la direction  $i$ .  $l \in \{\{i+\}, \{i-\}, e, \{n\}\}$  référence les différentes espèces présentes dans le plasma.

Les équations de Maxwell décrivent la dynamique du champ EM qui est engendré par les distributions de charges et de courants. Ces derniers dépendent de la fonction de distribution des particules chargées  $f_{ia}$  qui est en partie déterminée par les relations de la dynamique des fluides, qui dépendent des propriétés EM du milieu donc des équations de Maxwell. La résolution couplée de ces équations permet de déterminer l'évolution magnétohydrodynamique du système. Mais cette dernière ne peut se faire sans imposer de fonction de distribution des particules du système (équations 2.8, 2.9 et 2.13). C'est pourquoi une description complète d'un plasma physique passe par une description MHD couplée à une description cinétique des particules du système.

## 2.3 Équation du transport

Le théorème de Jeans postule que toute fonction de distribution  $f_a(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  intégrale première du mouvement  $\frac{df_a}{dt} = 0$  est solution de l'équation de Vlasov relativiste sans collisions. On a alors

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{\gamma m_a} \cdot \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{x}} + q_a \left[ \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\gamma m_a c} \right] \cdot \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (2.14)$$

Cette équation représente l'évolution de la fonction de distribution des particules constituant le plasma étudié. En astrophysique, le milieu interstellaire est considéré comme un plasma de faible densité et donc faiblement collisionnel. On peut ajouter un terme de forçage  $S_a(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$  à droite de l'équation dans la mesure où le temps caractéristique de collision  $\nu_c^{-1}$  est faible devant le temps de relaxation du système  $T$ . Cette équation se couple aux équations fondamentales de la MHD permettant ainsi une description complète du transport dans les milieux perturbés et est résolue la plupart du temps à l'aide de méthodes numériques. Mais il est possible, dans l'approximation de faibles perturbations, de résoudre l'équation de Vlasov à l'aide de la méthode des caractéristiques dans un milieu à l'équilibre ( $\rho_{\text{ext}} = 0$ ,  $\mathbf{J}_{\text{ext}} = 0$ ). On effectue un développement perturbatif des champs afin de linéariser l'équation de 2.14. On pose

$$f_a(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = f_a^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) + f_a^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \quad (2.15)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \delta \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{x}, t) + \delta \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \quad (2.17)$$

la composante  $\mathbf{E}_0$  étant nulle par écrantage du plasma. En négligeant les termes quadratiques perturbés, l'équation 2.14 devient

$$\frac{\partial f_a^{(1)}}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{\gamma m_a} \cdot \frac{\partial f_a^{(1)}}{\partial \mathbf{x}} + q_a \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}_0(\mathbf{x}, t)}{\gamma m_a c} \right] \cdot \frac{\partial f_a^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} = -q_a \left[ \delta \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{p} \times \delta \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\gamma m_a c} \right] \cdot \frac{\partial f_a^{(0)}}{\partial \mathbf{p}}. \quad (2.18)$$

On peut alors, dans l'approximation  $f_a^{(1)} \ll f_a^{(0)}$ ,  $\delta \mathbf{E}/B_0 \ll 1$ ,  $\delta \mathbf{B}/B_0 \ll 1$  intégrer  $\frac{df_a^{(1)}}{dt}$  le long de la trajectoire des particules se déplaçant dans le champ moyen  $\mathbf{B}_0$ . En supposant que la fonction d'espace des phases est non-perturbée à l'instant initial  $t_0$ , on obtient

$$f_a^{(1)}(\mathbf{x}', \mathbf{p}', t') = - \int_{t_0}^{t'} q_a \left[ \delta \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{p} \times \delta \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\gamma m_a c} \right] \cdot \frac{\partial f_a^{(0)}}{\partial \mathbf{p}} dt. \quad (2.19)$$

Cette méthode trouve ses limites dans la mesure où les variations de trajectoires des particules deviennent grandes avec le temps. Il est alors plus intéressant de se placer dans le référentiel du centre guide des particules et de considérer de faibles variations de leur mouvement giratoire (figure 2.1).

## 2.4 Éléments de théorie quasi-linéaire

La théorie quasi-linéaire a l'avantage d'étudier le mouvement des particules par rapport au centre guide dont le temps caractéristique de divergence à la théorie non-linéaire est plus important. Cette dernière est basée sur l'équation de Fokker-Planck qui permet de simplifier la résolution de l'équation de transport des rayons cosmiques en considérant des variations faibles des différents paramètres physiques de telle manière qu'une résolution perturbative soit possible. Les coefficients de Fokker-Planck sont les coefficients de diffusion et se résument à des fonctions de corrélation des fluctuations des paramètres de transport. On réécrit l'équation 2.14 en coordonnées sphériques  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z) \rightarrow x_\sigma = (p, \mu, \Phi, X, Y, Z)$  (figure 2.1).

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f_a}{\partial Z} - \varepsilon \Omega \frac{\partial f_a}{\partial \Phi} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial x_\sigma} (p^2 g_{x_\sigma} f_a) = 0 \quad (2.20)$$

où  $g_{x_\sigma}$  est un terme de force généralisée incluant l'effet des champs EM fluctuant.  $\Omega = \Omega_0/\gamma$  est la pulsation synchrotron. On peut poser  $f_a = F_a + \delta f_a$  et

$$\langle f_a \rangle = F_a \quad (2.21)$$

$$\langle \delta \mathbf{B} \rangle = \langle \delta \mathbf{E} \rangle = 0 \quad (2.22)$$

$$\langle \mathbf{B} \rangle = B_0 \quad (2.23)$$

$$\langle \mathbf{E} \rangle = E_0 \quad (2.24)$$

et obtenir une équation de transport pour la valeur moyenne de la fonction de distribution. Cette dernière est donnée par

$$\frac{\partial F_a}{\partial t} + v\mu \frac{\partial F_a}{\partial Z} - \varepsilon\Omega \frac{\partial F_a}{\partial \Phi} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial x_\sigma} (\langle p^2 g_{x_\sigma} \delta f_a \rangle). \quad (2.25)$$

Par moyenne, il est sous-entendu la moyenne d'un ensemble de réalisations sous l'hypothèse d'ergodicité c'est à dire que la valeur obtenue en moyennant une grande quantité de réalisations différentes est égale à la moyenne dans le temps d'une seule réalisation. En particulier, chaque paramètre stationnaire du système fluctuant possède une moyenne sous l'hypothèse ergodique que l'on peut définir. Dans le cadre d'une moyenne en temps d'une quantité fluctuante  $Q(t)$ , on considère que la valeur mesurée est quasiment égale à la valeur moyenne  $\langle Q \rangle$  au bout d'un temps  $t_c$  de corrélation défini tel que

$$\langle Q_\alpha, Q_\beta^* \rangle = \int_t^{t+t_c} d\xi Q_\alpha(t) Q_\beta^*(t+\xi) \approx 0. \quad (2.26)$$

Il est possible de résoudre l'équation 2.25 analytiquement à condition de connaître l'expression du terme de droite, c'est à dire à condition de connaître l'expression de  $\delta f_a$ . En soustrayant l'équation 2.25 à 2.20, il est possible d'obtenir une équation pour la partie perturbative de la fonction de distribution que l'on peut résoudre avec la méthode des caractéristiques. En considérant que l'échelle de temps sur laquelle les éléments  $g_{x_\sigma}$  affectent l'évolution de la fonction de distribution est grande devant la variation moyenne des paramètres du transport (c'est à dire que les fluctuations influencent le système de manière stochastique), et en injectant l'expression de  $\delta f_a$  dans l'équation 2.25, on obtient

$$\frac{\partial F_a}{\partial t} + v\mu \frac{\partial F_a}{\partial Z} - \varepsilon\Omega \frac{\partial F_a}{\partial \Phi} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \left( p^2 D_{x_\sigma x_\nu} \frac{\partial F_a}{\partial x_\nu} \right). \quad (2.27)$$

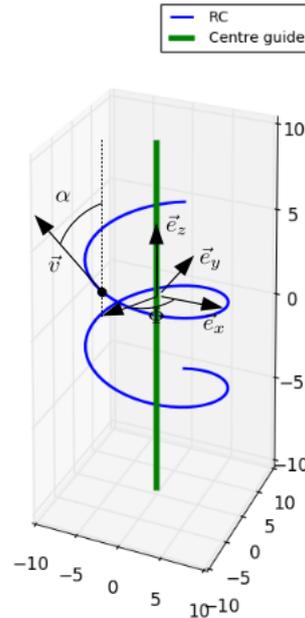


FIGURE 2.1 – Ce schéma représente la trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique. La ligne bleue représente la trajectoire de la particule tandis que la ligne verte représente la trajectoire de son centre guide. En l'absence de perturbations, la trajectoire du centre guide coïncide avec la ligne de champ magnétique.

Les coefficients  $D_{x_\sigma x_\nu}$  sont les coefficients de diffusion de Fokker-Planck et représentent la fonction de corrélation des paramètres de transport perturbés moyennés sur une orbite non-perturbée

$$D_{x_\sigma x_\nu} = \text{Re} \left\{ \int_0^\infty d\xi \langle \bar{g}_{x_\sigma}(t) \bar{g}_{x_\nu}^*(t + \xi) \rangle \right\}. \quad (2.28)$$

La résolution de l'équation 2.27 passe donc par la détermination des coefficients de diffusion  $D_{x_\sigma x_\nu}$ . Le problème peut sembler soluble en apparence mais il y a 25 coefficients différents à calculer ce qui rend le calcul analytique très laborieux voire impossible. Une solution est d'appliquer l'approximation de diffusion-convection qui consiste à considérer que la plupart des temps de diffusion sont longs devant ceux associés à l'angle de giration  $\Phi$  et à l'angle d'attaque  $\mu$ .

## 2.5 Les modes MHD

La résolution des équations MHD à l'aide de l'approche perturbative met en avant de nouvelles ondes qui n'existent pas dans un fluide dont le champ magnétique est négligeable. Les modes d'Alfvén sont obtenus en négligeant le terme de pression thermique dans l'équation de Bernoulli tandis que les modes magnétosoniques conservent le terme de pression. Par pression thermique il est sous entendu la pression liée aux mouvements désordonnés du gaz, les mouvements d'ensemble entraînant une pression cinétique. Les différents modes plasmas sont résumés dans le tableau 2.2.

| Fluctuations de ...     | Ondes de son  | Ondes de Alfvén  | Ondes magnétoacoustiques  |
|-------------------------|---|--|---|
| la pression thermique?  | Oui   | Non  | Oui   |
| la pression magnétique? | Non   | Oui  | Oui   |
| Equation d'Euler        | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$                      | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$                                 |
| Equation du mouvement   | $\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla P = 0$                            | $\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} - (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} = 0$ | $\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} - (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} + \nabla P = 0$ |
| Equation d'induction    | -   | $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$  | $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$             |

FIGURE 2.2 – Tableau récapitulatif des principales équations caractérisant les modes de son, les modes d'Alfvén et les modes magnétosoniques dans le cas d'un plasma non dispersif et de diffusivité magnétique nulle. On constate que la différence fondamentale entre les modes d'Alfvén et les modes magnétosoniques est la prise en compte des fluctuations de la pression thermique du gaz pour les modes magnétosoniques. Cependant, les modes d'Alfvén ne perdent pas leur intérêt car l'absence de variations de pression thermique est une bonne approximation dans le cadre de plasmas diffus comme le milieu interstellaire par exemple.

On peut déterminer les relations de dispersion des différents modes en linéarisant chacune des équations du tableau 2.2 c'est à dire en écrivant chaque paramètre  $A$  sous la forme  $A = A^{(0)} + A^{(1)} + \mathcal{O}(A^{(2)})$  et en ne conservant que les termes en  $\mathcal{O}(A^{(1)})$  de chaque équation. Il suffit ensuite de passer dans l'espace de Fourier  $A^{(1)} = A_0^{(1)} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$  et de les injecter dans les équations perturbées à l'ordre 1 pour obtenir les différentes relations de dispersion.

**Ondes d'Alfvén** La relation de dispersion des ondes d'Alfvén pour une perturbation magnétique transverse au champ magnétique moyen  $\mathbf{B}_0$  est donnée par

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 \cos^2 \theta \quad (2.29)$$

où  $v_A = B_0 / \sqrt{4\pi \rho_0}$  est la vitesse d'Alfvén non-perturbée et  $\theta$  est l'angle entre le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  des ondes d'Alfvén et le champ magnétique non perturbé  $\mathbf{B}_0$ . Cette relation implique qu'il n'existe pas d'ondes d'Alfvén se propageant perpendiculairement au champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ . De plus, pour une échelle  $k^{-1}$  fixée, c'est le long des lignes de champ magnétique que les ondes d'Alfvén se propagent en majorité. Un mode d'Alfvén se propageant le long d'une ligne de champ ie.  $\mathbf{k} \mathbf{B}_0 = k B_0$  est appelé mode slab.

Si l'on considère que les perturbations peuvent se faire dans toutes les directions, la relation de dispersion devient :

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 \quad (2.30)$$

Dans le cas où la pression magnétique n'est pas négligeable, dans les milieux denses par exemple, les ondes d'Alfvén se propagent dans toutes les directions.

**Ondes magnétosoniques** La relation de dispersion des ondes magnétoacoustiques est donnée par :

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (c_s^2 + v_A^2) + c_s^2 v_A^2 k^4 \cos^2 \theta = 0 \quad (2.31)$$

où  $c_s = \sqrt{P_0/\rho_0}$  est la vitesse du son du fluide. Si la pression thermique devient négligeable, on retrouve la relation de dispersion des ondes d'Alfvén de compression. Cette équation possède quatre solutions distinctes deux à deux opposées donnant l'expression de la célérité des modes rapides et des modes lents.

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ (c_s^2 + v_A^2) \pm \sqrt{(c_s^2 + v_A^2)^2 - 4c_s^2 v_A^2 \cos^2 \theta} \right] k^2 \quad (2.32)$$

La solution positive (négative) permet d'identifier le carré de la célérité des modes magnétosoniques rapides (lents). On en déduit que les modes lents ne se propagent pas perpendiculairement aux lignes de champ magnétique et le maximum de propagation se trouve parallèlement au champ magnétique moyen. Les modes magnétosoniques rapides se propagent plus facilement perpendiculairement au champ  $c_{\perp}^2 = c_s^2 + v_A^2$  que parallèlement à ce dernier :  $c_{\parallel}^2 = c_s^2$  si  $c_s^2 > v_A^2$  et  $c_{\parallel}^2 = v_A^2$  si  $c_s^2 < v_A^2$ .

## 2.6 La turbulence MHD

La turbulence MHD est un phénomène hautement non-linéaire et se présente comme une cascade d'énergie depuis l'échelle d'injection  $L_{\text{inj}}$  vers l'échelle de dissipation de l'énergie  $l_{\text{damp}}$ . Différentes phénoménologies de la turbulence ont été développées.

**Théorie HD de Kolmogorov** La théorie de Kolmogorov (Kolmogorov 1941 [28]) propose une manière d'évaluer l'intensité de l'agitation turbulente d'un fluide hydrodynamique incompressible. Il propose une estimation de la vitesse turbulente du fluide en fonction de l'échelle d'injection, l'échelle de dissipation et du spectre d'énergie.

$$v_l \sim V_L \left( \frac{l}{L_{\text{inj}}} \right)^{1/3} \quad (2.33)$$

$$l_d = L_{\text{inj}} R^{-3/4} \quad (2.34)$$

$$E(k) \propto k^{-5/3} \quad (2.35)$$

où  $R = v_l l / \nu = V_L L_{\text{inj}} / \nu$  est le nombre de Reynold du fluide où  $\nu$  est la viscosité cinétique. Le modèle de turbulence ainsi proposé ne tient compte, ni de la compressibilité du fluide, ni de la présence d'un champ EM.

**Théorie MHD de Kraichnan** Kraichnan (1965) et Iroshnikov (1963) [24] proposent un modèle de turbulence MHD incompressible. En particulier dans ce modèle, la turbulence se développe de manière isotrope  $k_{\parallel} = k_{\perp}$  (correspondant respectivement aux nombres d'onde parallèles et perpendiculaires au champ magnétique moyen) ce qui ne représente pas la réalité en particulier en régime de forte turbulence. C'est pourquoi Goldreich & Sridhar 1995 proposent un modèle de turbulence incompressible anisotrope que nous détaillons plus loin. Le spectre 1D de ce modèle de Kraichnan de turbulence est donné par

$$E(k) \propto k^{-2/3} \quad (2.36)$$

**Théorie MHD incompressible de Goldreich & Sridhar (1995)** Nous détaillons également plus loin son extension aux milieux avec un rapport  $P_{\text{gaz}}/P_{\text{magnétique}}$  quelconque (Cho et al 2003). De manière générale, on caractérise un régime de turbulence par sa vitesse turbulente caractéristique, par son anisotropie et par son taux de cascade d'énergie turbulente. On définit les échelles  $k_{\parallel}$  et  $k_{\perp}$  comme ayant la dimension de l'inverse d'une longueur et qui respectivement caractérisent les domaines parallèles et perpendiculaires aux lignes de champ magnétique moyen. On définit également le nombre de Mach Alfvénique

$$M_A = \frac{V_L}{V_A} \quad (2.37)$$

où  $V_A$  est la vitesse d'Alfvén et  $V_L$  est la vitesse du fluide turbulent à l'échelle d'injection  $L_{\text{inj}}$ . Il existe donc deux régimes de turbulence : la turbulence super-Alfvénique ( $M_A > 1$ ) et la turbulence sub-Alfvénique ( $M_A < 1$ ) (Cho et al 2003).

En régime de turbulence super-Alfvénique, la distinction entre les régimes de forte et faible turbulence se fait à partir d'une échelle  $l_A$  définie par

$$l_A = LM_A^{-3}. \quad (2.38)$$

La turbulence d'Alfvén faible ( $l_A < 1/k < L_{\text{inj}}$ ) est isotrope et la vitesse turbulence à une échelle donnée  $l$  suit une loi en puissance 1/3. Le taux de cascade dans ce régime est le même que celui d'une turbulence hydrodynamique de Kolmogorov.

$$k_{\parallel} \sim k_{\perp} \quad (2.39)$$

$$v_l \sim V_L \left( \frac{l}{L_{\text{inj}}} \right)^{1/3} \quad (2.40)$$

$$\tau_{\text{cas}}^{-1} = k^{2/3} L^{-1/3} V_L. \quad (2.41)$$

En régime de forte turbulence ( $1/k < l_A$ ), une anisotropie se développe le long de la composante parallèle et la vitesse turbulence à l'échelle  $l$  dépend indirectement de l'anisotropie par la relation. Le taux de cascade dépend lui aussi de l'anisotropie de la turbulence.

$$k_{\parallel} \sim l_A^{-1} (k_{\perp} l_A)^{2/3} \quad (2.42)$$

$$v_l \sim V_L \left( \frac{l_{\perp}}{L} \right)^{1/3} \quad (2.43)$$

$$\tau_{\text{cas}}^{-1} = k_{\perp}^{2/3} L^{-1/3} V_L. \quad (2.44)$$

En régime de turbulence sub-Alfvénique, le régime de forte turbulence ( $1/k < l_{\text{tr}}$ ) dépend encore des propriétés hydromagnétiques du milieu

$$k_{\parallel} \sim L_{\text{inj}}^{-1} (k_{\perp} L_{\text{inj}})^{2/3} M_A^{4/3} \quad (2.45)$$

$$v_l \sim V_L \left( \frac{l_{\perp}}{L} \right)^{1/3} M_A^{1/3} \quad (2.46)$$

$$\tau_{\text{cas}}^{-1} = k_{\perp}^{2/3} L_{\text{inj}}^{-1/3} V_L M_A^{1/3}, \quad (2.47)$$

tandis que le régime de faible turbulence est essentiellement hydrodynamique.  $l_{\text{tr}} = L_{\text{inj}} M_A^2$  représente l'échelle de transition entre les deux régimes de turbulence.

**Théorie MHD compressible de Goldreich & Sridhar (1995)** Finalement, l'extension du modèle GS95 à la turbulence compressible fait apparaître les modes magnétosoniques rapides et lents dont le comportement est quelque peu différent de celui des modes d'Alfvén. Nous discuterons de l'application de ce modèle dans les chapitres 3 et 4.

# Chapitre 3

## Le milieu interstellaire et le rayonnement cosmique

Le MIS est le lieu d'origine de la formation des étoiles. C'est également celui qui est en permanence chauffé et alimenté en énergie mécanique par ces dernières et qui est enrichi en éléments lourds à la mort des étoiles massives et des explosions de supernovæ thermonucléaires. Le MIS peut sembler vide au premier regard, mais les astrophysiciens modernes savent qu'il joue un rôle crucial dans la dynamique galactique, dans les processus de formation d'étoiles, dans la création d'éléments chimiques par spallation, dans l'accélération de rayons cosmiques.

Le MIS est opaque dans beaucoup de domaines spectraux, des ondes radio aux rayons gamma en passant par le domaine infrarouge. Ce milieu n'est pas homogène et se compose de phases diffuses et de phases denses comme les nuages moléculaires qui sont principalement composés d'hydrogène moléculaire et sont gravitationnellement liés. Les étoiles naissantes, brillantes et mourantes émettent énormément de rayonnement ionisant créant ainsi des bulles d'hydrogène ionisé que l'on qualifie de région HII. L'ensemble des phases du MIS communiquent entre elles en permanence créant ainsi une dynamique active à l'origine de courants de matière et de turbulence.

Les propriétés thermiques du gaz interstellaire sont déterminées par l'équilibre entre le chauffage et le refroidissement du gaz par différents phénomènes mettant parfois en jeu des rayons cosmiques. Dans l'état stationnaire, l'équation d'état du gaz du MIS est déterminée par deux relations : la loi des gaz parfaits et l'équilibre entre le chauffage et le refroidissement (Graham 1972 [22]). Ce résultat se traduit par un équilibre de pression entre les différentes phases du MIS.

Mais il n'est pas possible de comprendre la dynamique du MIS sans une connaissance profonde de la microphysique sous-jacente. Les phénomènes de chauffage, de refroidissement des milieux, d'injection de la turbulence aux différentes échelles, d'accélération des rayons cosmiques sont autant de processus qui jouent un rôle fondamental dans les processus macro-physiques qui contribuent à la dynamique du MIS.

### 3.1 Composition du milieu interstellaire

Le MIS se compose principalement de gaz et de poussières. Ce dernier est composé (en termes de masse) d'environ 70% d'hydrogène, de 28% d'hélium et de 2% d'éléments métalliques. La majorité du volume du MIS est occupé par du gaz fortement ionisé mais ce dernier ne représente que 25% de la masse totale du gaz du MIS. En effet, la majorité de la masse provient des régions dominées par du gaz neutre ( $H$ ,  $H_e$ ) ou moléculaire ( $H_2$ ). La majorité du gaz atomique et la quasi-totalité du gaz moléculaire sont concentrés sous la forme de nuages moléculaires denses occupant  $\sim 1 - 2\%$  du volume du MIS.

L'une des explications principales de l'opacité du MIS est la présence de grains notamment dans les phases denses. Ils sont principalement composés de graphites et de silicates ( $C$ ,  $Mg$ ,  $Si$  et  $Fe$ ). La taille et la composition chimique des grains s'observe principalement à travers la forme spectrale de la courbe d'extinction des phases denses du MIS. En première approximation, les grains ne peuvent absorber que les photons dont la longueur d'onde est inférieure à leur taille physique. Les observations ont montré que la plupart de l'absorption se fait dans l'ultraviolet tandis que l'absorption est plus faible dans le visible et encore plus faible dans l'infrarouge. La conséquence immédiate est qu'il existe beaucoup plus de petits grains que de gros grains. Mathis et al. (1977) [33] ont pu, à partir de cet argument, déterminer une loi empirique de la distribution de taille de grains sphériques de silicates. Ils ont trouvé

$$N(a) da \propto a^{-3.5} da \tag{3.1}$$

où  $a_{\min} \approx 50$  nm et  $a_{\max} \approx 0.25$   $\mu\text{m}$ . La masse totale de poussière ( $\sim 1\%$   $M_{\text{ISM}}$ ) est principalement contenue par les gros grains tandis que la section efficace de collision est déterminée par les petits grains. Les grains suivent une distribution de charge comprise entre  $O$  et  $-1$  fois la charge absolue de l'électron ce qui signifie qu'ils se comportent comme des dipôles électriques et polarisent la lumière. Ils sont également très sensibles à la turbulence magnétique et peuvent subir des phénomènes d'accélération par gyrorésonance. Les récentes observations dans l'infrarouge ont montré que deux pics d'émission lumineuse radiative à  $\sim 10$   $\mu\text{m}$  et  $\sim 100$   $\mu\text{m}$  sont dus à la distribution thermique des grains, respectivement  $\sim 20 - 30$  K pour les grains de grande taille (Draine & Lee 1984 [11]) et  $\sim 100 - 200$  K pour les grains de petite taille (Draine & Anderson 1985 [10]). La poussière est formée dans les atmosphères d'étoiles froides et est émise dans le MIS à travers les vents stellaires. Enfin ils sont détruits par des mécanismes d'effritement (en particulier de spallation par les rayons cosmiques) et par collisions entre les grains qui peuvent trouver leur origine à la suite des chocs de supernova (Draine 1989b [9], McKee 1989 [34], Seab 1988 [44]).

L'état chimique et thermique du gaz dans le MIS est déterminé en grande partie par les interactions entre la poussière et le gaz avec le champ de radiation interstellaire créant ainsi un équilibre thermique. Ce dernier joue un rôle extrêmement important dans les processus de photoionisation d'atomes et de photodissociation de molécules, et dans le chauffage global du gaz. Les sources principales de radiation dans le MIS sont (dans l'ordre décroissant de densité d'énergie) : La lumière bolométrique des étoiles ( $1.05 \times 10^{-12}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ), l'émission radiative des poussières ( $5 \times 10^{13}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ), le fond diffus cosmologique ( $4.19 \times 10^{-13}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ), l'émission de rayons X des plasmas chauds du MIS ( $\sim 10^{-17}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ), le rayonnement synchrotron principalement issu des chocs de supernova et des nébuleuses de vent de pulsar ( $2.7 \times 10^{-18}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ) (Draine 2011 [8], Klessen & Glover 2014).

L'état chimique et thermique du MIS est communément décrit en termes de phases distinctes. Field et al. (1969) [21] proposent initialement de considérer que le gaz atomique est à l'équilibre thermique. Ils en déduisent deux solutions thermiques stables :  $T \sim 100$  K et  $T \sim 10^4$  K qui sont respectivement associés aux phases froide neutre (CNM) et tiède neutre (WNM) du MIS. McKee & Ostriker (1977) [35] étendent ce modèle en considérant également les bulles de gaz très chaud ( $\sim 10^6$  K) créées par les explosions de supernovæ. Ce milieu totalement ionisé et dont le facteur de remplissage du volume est très important est qualifié de milieu chaud ionisé (HIM). La phase tiède ionisée (WIM) a été ajoutée pour considérer l'impact du rayonnement synchrotron galactique (Hoyle & Ellis 1963 [23]), la dispersion des signaux radio pulsant (Reynolds 1989, Gaensler et al. 2008 [19]) et les raies d'émission faibles produites par certains métaux dans un milieu caractérisé par une température similaire à celle de la phase tiède neutre. Les phases moléculaires se distinguent de la phase neutre froide par la densité de matière totale. Les nuages moléculaires ont une forme très distincte relativement au milieu environnant tandis que la phase froide se situe autour des nuages moléculaires (Blitz et al. 2007 [3]). Ces derniers sont répartis dans toute la galaxie sur une couche de 100 pc d'épaisseur coïncidant avec le plan galactique. L'étude observationnelle des nuages moléculaires passe principalement par l'observation de la transition rotationnelle de la molécule  $CO$  ( $J = 1 - 0$ ) à 2.6 nm. On distingue différentes sous-catégories de nuages moléculaires. Les nuages moléculaires diffus (DiM) sont caractérisés par une extension spatiale de l'ordre de 1 - 10 pc et une très faible extinction. Les nuages moléculaires denses (DeM) sont généralement faiblement étendus ( $\sim 0.1 - 0.3$ ) et très opaques. Les coeurs sombres (DaC) sont plus imposant que les nuages moléculaires denses ( $\sim 1 - 3$  pc) et beaucoup plus opaques (Monier 2006 [36]). Les propriétés des différentes phases du MIS sont données dans le tableau 3.2.

La dynamique des rayons cosmiques de faible énergie est principalement dictée par les lignes de champ magnétique et donne l'accès à de nombreuses informations sur la dynamique turbulente du MIS. Pour nous affranchir des effets de la modulation solaire, nous avons choisi dans ce travail d'utiliser la fonction de distribution d'énergie des protons du MIS local de Drury & Strong (2017) [12] (figure 3.1). Cette dernière résulte de l'ajustement analytique des données de la sonde Voyager 1 et représente le flux de protons dans le MIS local mesuré à l'extérieur de l'héliosphère. Cette distribution est donnée par

$$J(T) = 0.27(\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{st}^{-1}\text{GeV}^{-1}) \frac{T^{1.12}}{\beta(T)} \left( \frac{T + 0.67}{1.67} \right)^{-3.93} \quad (3.2)$$

où  $T = E_{\text{kin}}/1$  GeV est l'énergie des protons en GeV. En plus du chauffage du MIS par photoionisation, la dissipation de la turbulence et la reconnexion magnétique par l'intermédiaire de l'interaction des rayons cosmiques avec le milieu turbulent sont des sources de chauffage potentielles du milieu (Wiener et al. 2013 [54]).

## 3.2 Mécanismes de génération de la turbulence

L'origine physique de la turbulence dans le MIS est encore très mal définie. Cependant nous savons que les supernovæ jouent un rôle fondamental dans cette dynamique (Falceta-Gonçalves et al. 2014 [15]). D'autres

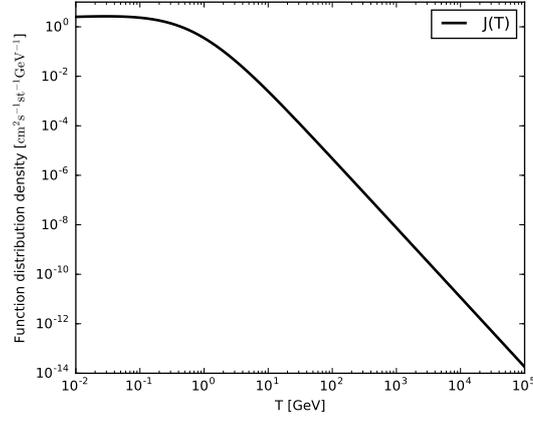


FIGURE 3.1 – Distribution de la densité de protons dans le MIS local. Ce spectre d'énergie résulte de l'ajustement des données de la sonde Voyager 1 de mesure de l'énergie des protons dans le MIS local par la relation 3.2 (Drury & Strong 2017 [12]).

| Phase | T<br>(K) | B<br>( $\mu\text{G}$ ) | $X$                | $n_H$<br>$\text{cm}^{-3}$ | Neutre dominant    | Ion dominant |
|-------|----------|------------------------|--------------------|---------------------------|--------------------|--------------|
| WNM   | 6 000    | 5                      | $7 \times 10^{-3}$ | 0.2                       | 93% $H$ +7% $He$   | $H^+$        |
| CNM   | 50       | 6                      | $4 \times 10^{-4}$ | 20                        | 93% $H$ +7% $He$   | $C^+$        |
| DiM   | 30       | 4.89                   | $5 \times 10^{-4}$ | 100                       | 93% $H$ +7% $He$   | $C^+$        |
| DeM   | 10       | 13.9                   | $1 \times 10^{-4}$ | 500                       | 93% $H_2$ +7% $He$ | $HCO^+$      |
| DeC   | 10       | 21.8                   | $1 \times 10^{-6}$ | 1000                      | 93% $H_2$ +7% $He$ | $HCO^+$      |

FIGURE 3.2 – Valeurs caractéristiques des différentes phases du MIS. Les données sont tirées de Jean et al. 2009 [25].

modèles à grande échelle comme la turbulence générée par la rotation différentielle de la galaxie ou les instabilités magnéto-rotationnelles ont été proposés (Fleck 1981 [17], Kim & Ostriker 2002 [27]). Mais la turbulence générée reflète également les propriétés locales du milieu (Leao et al. 2009 [30]) qui dépendent localement de la turbulence à petite échelle. Il faut donc également tenir compte des mécanismes d'injection de la turbulence locale. Les rayons cosmiques de faible énergie ( $\sim 100$  GeV) constituent un très bon candidat.

La turbulence à grande échelle est injectée par l'ensemble des mécanismes liés à la dynamique générale de la galaxie et à celle des étoiles. En premier lieu il convient de discuter de l'origine de la turbulence injectée par la rotation différentielle de la galaxie. Ce processus est très similaire à celui des disques d'accrétion proto-stellaires. Les éléments de fluide perdant du moment angulaire bougent radialement vers le centre galactique tandis que ceux qui gagnent du moment bougent vers le bord. Cependant la turbulence n'est pas engendrée par la viscosité du fluide mais plutôt par les collisions entre les structures qui composent les bras galactiques (Roberts 1969 [40]). L'instabilité magnéto-rotationnelle est directement liée au phénomène d'effondrement gravitationnel des nuages moléculaires et à la formation d'étoiles. Cette dernière est créée par l'évolution décroissante de la vitesse du fluide magnétisé en fonction de la distance au centre. Bien que ce modèle soit applicable à certaines galaxies (Sellwood & Balbus 1999 [45]), son application à la voie lactée reste une question ouverte.

Les supernovæ sont au cœur de la plupart des modèles de turbulence dans le MIS. En effet, elles éjectent une grande quantité d'énergie ( $\sim 10^{51}$  erg), il y en a plusieurs par siècle. De manière plus générale, les étoiles massives sont aussi une source de turbulence dans le MIS. Cela peut être à travers les vents stellaires ou encore par l'émission de rayonnement ionisant. Enfin, l'ensemble des objets émettant de la matière sous forme de jets dans le MIS constituent une source de turbulence à grande échelle.

Bien que la turbulence aux petites échelles trouve une partie de son origine dans les cascades turbulentes aux grandes échelles, il est nécessaire de tenir compte des phénomènes externes de production de la turbulence aux petites échelles. En particulier, la turbulence aux grandes échelles a pour effet de diffuser les rayons cosmiques au GeV qui agissent rétroactivement sur la turbulence par différentes instabilités. En particulier l'instabilité dite de streaming crée ainsi une anisotropie de la fonction de distribution des rayons cosmiques. L'équilibre est retrouvé en générant un spectre de turbulence aux petites échelles qui peut interagir avec le spectre aux grandes échelles (Yan & Lazarian 2011 [57]).

# Chapitre 4

## Turbulence magnétique dans les milieux faiblement ionisés

La turbulence dans le milieu interstellaire est contrainte par le taux d'amortissement des différents modes MHD. En particulier, dans les milieux faiblement ionisés il existe une bande d'énergie dans laquelle seule la turbulence hydrodynamique subsiste. Nous allons voir que la turbulence MHD est directement dépendante du taux de transfert d'énergie des ions vers les neutres et des neutres vers les ions. Nous étudions la dynamique de la turbulence d'Alfvén de la manière suivante. Dans un premier temps nous considérons les échelles de découplage des ions et des neutres afin de quantifier les régimes de propagation des ondes d'Alfvén. Nous résolvons ensuite la relation de dispersion des ondes qui nous permet ainsi de remonter aux échelles d'amortissement de la turbulence d'Alfvén à grande échelle. Le taux d'amortissement des ondes est une variable importante qui permettra dans la suite de déterminer le taux de turbulence d'Alfvén généré par l'instabilité de streaming de rayons cosmiques.

### 4.1 Échelles de découplage

Les ondes d'Alfvén sont engendrées par les mouvements globaux des particules chargées du milieu et sont amorties par le transfert d'énergie des particules chargées vers les particules neutres. Dans un fluide faiblement ionisé, les neutres jouent un rôle capital dans la dispersion des ondes d'Alfvén. Il est donc nécessaire d'utiliser une approche 2-fluides qui permet de distinguer le comportement des ions de celui des neutres vis-à-vis des perturbations magnétiques du milieu. On définit le taux de collision ions neutres  $\nu_{in}$  comme le taux de transfert de quantité de mouvement des ions vers les neutres et de manière équivalente on définit le taux de collision neutres ions  $\nu_{ni}$  comme le taux de transfert de quantité de mouvement des neutres vers les ions. Les deux quantités sont liées par la relation (Xu et al. 2016 [56]) :

$$\nu_{in} = \chi \nu_{ni} \quad (4.1)$$

où  $\chi = \rho_n/\rho_i$  est le rapport de la masse volumique des neutres sur celle des ions ( $\chi > 1$  dans les milieux principalement neutres). Le comportement des ondes d'Alfvén dépend très fortement des taux de collision  $\nu_{ni}$  et  $\nu_{in}$ . En effet, si la fréquence des ondes d'Alfvén  $\omega_R$  est inférieure à la fréquence de collision neutres ions  $\omega_R \ll \nu_{ni}$ , les deux espèces sont couplées c'est à dire qu'elles suivent les mêmes mouvements d'ensemble, la vitesse des ondes d'Alfvén est alors définie par  $V_A = B_0/\sqrt{4\pi(\rho_n + \rho_i)}$  et le taux d'amortissement des ondes est faible. A contrario, si la fréquence des ondes d'Alfvén est supérieure à la fréquence de collision ions neutres  $\omega_R \gg \nu_{in}$ , les deux espèces sont faiblement couplées, les neutres suivent une dynamique différente de celle des ions. La vitesse d'Alfvén est alors définie par la relation  $V_{Ai} = B_0/\sqrt{4\pi\rho_i}$ . La force de frottement fluide devient importante et les ondes d'Alfvén sont amorties.

Les conditions  $\omega_R \sim \nu_{ni}$  et  $\omega_R \sim \nu_{in}$  correspondent respectivement aux échelles de découplage neutres-ions ( $k_{dec,ni}$ ) et ions-neutres ( $k_{dec,in}$ ). On a, d'après la relation de dispersion d'Alfvén

$$k_{dec,ni} = \frac{\nu_{ni}}{V_A \cos \theta} \quad (4.2)$$

$$k_{dec,in} = \frac{\nu_{in}}{V_{Ai} \cos \theta}. \quad (4.3)$$

Pour toutes les échelles supérieures à  $k_{\text{dec},ni}^{-1}$ , le milieu est fortement couplé tandis que pour toutes les échelles inférieures à  $k_{\text{dec},in}^{-1}$  le milieu est faiblement couplé. Il existe donc deux régimes dynamiques du plasma, celui aux grandes échelles étant comparable aux comportements des milieux chauds dans lesquels les ondes d'Alfvén se propagent avec peu d'amortissement et celui aux petites échelles dans lequel les ondes d'Alfvén sont plus fortement amorties. Cependant, entre  $k_{\text{dec},ni}^{-1}$  et  $k_{\text{dec},in}^{-1}$  les neutres et les ions sont ni-faiblement couplés, ni-fortement couplés.

La viscosité des neutres joue également un rôle important dans l'amortissement des ondes d'Alfvén (Xu et al. 2016 [56]). Elle est définie par la relation

$$\nu_n = \frac{c_n^2}{\nu_{nn}n_n} \quad (4.4)$$

où  $c_n$  est la vitesse du son dans le fluide neutre,  $\nu_{nn}$  est la fréquence de collision neutre-neutre et  $n_n$  est la densité de neutres.

## 4.2 Propagation des ondes d'Alfvén

La relation de dispersion qui décrit un milieu partiellement ionisé à travers une approche 2-fluides et qui tient compte de la viscosité cinématique des neutres est donnée par (Lazarian et al. 2004 [29])

$$\omega^3 + i(\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})\omega^2 - (\omega_k^2 + \chi\tau_v^{-1}\nu_{ni})\omega - i(\tau_v^{-1} + \nu_{ni})\omega_k^2 = 0 \quad (4.5)$$

où  $\tau_v^{-1} = k^2\nu_n$  correspond au taux d'amortissement visqueux des ondes d'Alfvén et  $\omega_k^2 = k^2 \cos^2 \theta V_{Ai}^2$  correspond à la relation de dispersion des ondes d'Alfvén dans un milieu non-collisionnel. En posant  $\omega = \omega_R + i\Gamma_I$  où  $\omega_R, \Gamma_I \in \mathbb{R}$  j'obtiens le système d'équations suivant

$$\omega_R^2 = 3\Gamma_I^2 + 2(\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})\Gamma_I + \omega_k^2 + \chi\tau_v^{-1}\nu_{ni} \quad (4.6)$$

$$0 = \Gamma_I^3 + a\Gamma_I^2 + b\Gamma_I + c \quad (4.7)$$

où les coefficients  $a, b, c$  sont donnés par

$$a = \tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni} \quad (4.8)$$

$$b = \frac{1}{4} [\omega_k^2 + \chi\tau_v^{-1}\nu_{ni} + (\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})^2] \quad (4.9)$$

$$c = \frac{1}{8} [(\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})\chi\tau_v^{-1}\nu_{ni} + \chi\nu_{ni}\omega_k^2]. \quad (4.10)$$

L'équation 4.7 est un polynôme de degré 3 que j'ai résolue analytiquement en utilisant la méthode de Cardano. La solution générale est de la forme

$$\Gamma_I = \left( -\frac{a^3}{27} + \frac{ab}{6} - \frac{c}{2} + \sqrt{\left| \left( \frac{a^3}{27} - \frac{ab}{6} + \frac{c}{2} \right)^2 + \left( \frac{b}{3} - \frac{a^2}{9} \right)^3 \right|} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.11)$$

$$+ \left( -\frac{a^3}{27} + \frac{ab}{6} - \frac{c}{2} - \sqrt{\left| \left( \frac{a^3}{27} - \frac{ab}{6} + \frac{c}{2} \right)^2 + \left( \frac{b}{3} - \frac{a^2}{9} \right)^3 \right|} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}a \quad (4.12)$$

et est représentée dans les figures B.1, B.2, B.3, B.4 et B.5 pour les différentes phases tièdes et froides du MIS. On observe que le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén est constant pour les photons d'Alfvén de faible énergie. La fréquence des ondes d'Alfvén quant-à elle diminue régulièrement jusqu'à ce que sa valeur soit de l'ordre de celle du taux d'amortissement. On observe alors que les ondes d'Alfvén ne se propagent pas dans une certaine bande d'énergie ce qui signifie que le taux de turbulence d'Alfvén est nul. A haute énergie, le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén décroît, la fréquence des ondes d'Alfvén également mais avec un indice plus

faible, en conséquence le taux de turbulence d'Alfvén augmente régulièrement à haute énergie. On observe en dehors de la bande interdite que  $\Gamma_I \ll \omega_R$ . Il est alors possible de résoudre le système (4.6, 4.7) en négligeant les termes  $\Gamma_I^3$  et  $\Gamma_I^2$  devant  $\omega_R^2$ . On obtient alors les solutions approchées proposées par Xu et al. (2016) données par

$$\omega_R^2 = \frac{(\omega_k^2 + \chi\tau_v^{-1}\nu_{ni})^2 + (\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})(\tau_v^{-1} + \nu_{ni})\omega_k^2}{\chi\tau_v^{-1}\nu_{ni} + \omega_k^2 + (\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})^2} \quad (4.13)$$

$$\Gamma_I = -\frac{[\tau_v^{-1}(\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni}) + \omega_k^2] \chi\nu_{ni}}{2[\omega_k^2 + \chi\tau_v^{-1}\nu_{ni} + (\tau_v^{-1} + (1 + \chi)\nu_{ni})^2]}. \quad (4.14)$$

Ces solutions ne font pas apparaître de bande interdite de propagation mais elles décrivent très bien le comportement asymptotique des ondes.

Dans le cas où la viscosité des neutres devient négligeable, les relations 4.13 et 4.14 deviennent

$$\omega_R^2 = \frac{\omega_k^4 + (1 + \chi)\nu_{ni}^2\omega_k^2}{\omega_k^2 + (1 + \chi)^2\nu_{ni}^2} \quad (4.15)$$

$$\Gamma_I = -\frac{\omega_k^2\chi\nu_{ni}}{2[\omega_k^2 + (1 + \chi)^2\nu_{ni}^2]}. \quad (4.16)$$

Je retrouve les résultats de Xu et al. (2016a). On peut encore simplifier les expressions 4.15 et 4.16 en étudiant le comportement des ondes d'Alfvén dans les régimes asymptotiques de faible et fort couplage des ions avec les neutres. On obtient alors

$$\omega_R^2 = V_A^2 k^2 \cos^2 \theta \quad (4.17)$$

$$\Gamma_I = -\frac{\xi_n V_A^2 k^2 \cos^2 \theta}{2\nu_{ni}} \quad (4.18)$$

en régime fortement couplé ( $\omega_R \ll \nu_{in}$ ) et

$$\omega_R^2 = V_{Ai}^2 k^2 \cos^2 \theta \quad (4.19)$$

$$\Gamma_I = -\frac{\nu_{in}}{2} \quad (4.20)$$

en régime faiblement couplé ( $\omega_R \gg \nu_{in}$ ).  $\xi_n = \rho_n/(\rho_n + \rho_i)$  est la fraction de neutres dans le milieu. Xu et al. (2016) propose une estimation de la largeur de la bande interdite en déterminant l'échelle à partir de laquelle le taux d'amortissement d'Alfvén est de l'ordre de la fréquence de propagation ( $|\omega_R| = |\omega_I|$ ). La bande interdite résultante  $[k_c^+, k_c^-]$  est donnée par

$$k_c^+ = \frac{2\nu_{ni}}{V_A \xi_n \cos \theta} \quad (4.21)$$

$$k_c^- = \frac{\nu_{in}}{2V_{Ai} \cos \theta}. \quad (4.22)$$

La bande interdite déterminée analytiquement semble correspondre avec celle obtenue numériquement confirmant ainsi la viabilité du raisonnement utilisé. On observe cependant que la bande interdite est contenue dans la bande de non-validité de l'approximation de faible/fort couplage ce qui signifie qu'il existe tout de même une différence entre les valeurs de la bande numérique et analytique. Enfin, dans le cas où l'on néglige le taux de collision  $\nu_{ni}$ , les solutions réelles de la relation de dispersion 4.5 dans le cas le plus général sont données par

$$\omega_R^2 = \omega_k^2 \quad (4.23)$$

$$\omega_I = 0. \quad (4.24)$$

On retrouve la relation de dispersion des ondes d'Alfvén dans un milieu idéal. On remarque que la viscosité des neutres n'intervient plus. En effet, dans un milieu purement ionisé, le taux de collision ions-neutres est nul et, en l'absence de neutres, les ondes d'Alfvén se propagent librement.

### 4.3 Échelles d'amortissement de la turbulence à grande échelle

Dans le cas où l'on étudie un spectre turbulent à grande échelle, en se basant sur le modèle GS95 présenté dans le chapitre 2, il peut être intéressant de déterminer l'échelle d'amortissement de la cascade turbulente. Ce paramètre permet alors de déterminer le lien entre le spectre de turbulence auto-générée par l'instabilité de rayons cosmiques et celui de la turbulence injectée à grande échelle. Xu et al. (2015a) propose de déterminer de manière approximative l'échelle d'amortissement de la turbulence en égalisant le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén avec le taux de cascade turbulent. En incluant viscosité des neutres et collisions ions-neutres dans l'approximation  $|\Gamma_I| \ll |\omega_R|$ , l'échelle de coupure de la turbulence est donnée par

$$k_{\text{dam},\parallel} = \frac{-\left(\nu_n + \frac{V_{Ai}^2}{\nu_{in}}\right) + \sqrt{\left(\nu_n + \frac{V_{Ai}^2}{\nu_{in}}\right)^2 + \frac{8V_A\nu_n l_A}{\xi_n}}}{2\nu_n l_A} \quad (4.25)$$

$$k_{\text{dam}} = k_{\text{dam},\parallel} \sqrt{1 + l_A k_{\text{dam},\parallel}} \quad \text{si } k_{\text{dam}}^{-1} < l_A \quad (4.26)$$

pour la turbulence super-Alfvénique et

$$k_{\text{dam},\parallel} = \frac{-\left(\nu_n + \frac{V_{Ai}^2}{\nu_{in}}\right) + \sqrt{\left(\nu_n + \frac{V_{Ai}^2}{\nu_{in}}\right)^2 + \frac{8V_A\nu_n LM_A^{-4}}{\xi_n}}}{2\nu_n LM_A^{-4}} \quad (4.27)$$

$$k_{\text{dam}} = k_{\text{dam},\parallel} \sqrt{1 + LM_A^{-4} k_{\text{dam},\parallel}} \quad \text{si } k_{\text{dam}}^{-1} < l_{tr} \quad (4.28)$$

pour la turbulence sub-Alfvénique.

# Chapitre 5

## Instabilité de streaming et saturation du champ turbulent

### 5.1 Principe

Les chocs dans le milieu interstellaire constituent une source importante de turbulence. Ce sont eux qui engendrent une anisotropie de la distribution d'énergie des rayons cosmiques par processus d'accélération diffusive. Lorsque les particules rencontrent un paquet d'onde magnétiquement perturbé, elles sont diffusées et leur variation d'énergie due à l'interaction avec la composante électrique,

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle \approx \frac{4}{3} \Gamma^2 \beta^2, \quad (5.1)$$

est positive (Fermi 1949 [16]). Nous observons que cette dernière dépend de l'énergie de la perturbation caractérisée par  $\beta = V_{\text{per}}/c$ . Ce processus a pour effet de transférer une partie de l'énergie au moment parallèle  $p_{\parallel}$  des rayons cosmiques créant ainsi une anisotropie de la distribution des particules. L'énergie de l'anisotropie est en grande partie transférée aux modes MHD à travers la marche biaisée des particules chargées. On observe donc une croissance initialement linéaire de la turbulence MHD qui est le résultat de l'équilibre entre l'instabilité de streaming des rayons cosmiques et les forces d'amortissement du milieu. Tant que la turbulence ne s'est pas dissipée, l'énergie injectée dans l'instabilité et donc dans la turbulence continue d'augmenter. Cependant lorsque le niveau de turbulence devient important, des phénomènes non-linéaires commencent à apparaître. En particulier, on observe une cascade turbulente d'énergie vers les petites échelles et qui finit par se dissiper sous forme de chaleur contribuant ainsi au chauffage du milieu interstellaire.

Dans ce chapitre nous considérons une distribution de rayons cosmiques sujette à une instabilité de streaming. Par exemple, une instabilité produite par les particules s'échappant de la source de RCs dans le MIS (Nava et al. 2016). Cette dernière se caractérise par une anisotropie de la distribution en quantité de mouvement des particules qui se développe le long des lignes de champ magnétique moyen. En utilisant les propriétés d'interaction particules-ondes, ondes-particules (Skilling 1975abc), nous déterminons le taux de croissance linéaire des ondes d'Alfvén. On s'intéresse par la suite à l'effet Landau et aux effets non-linéaires à l'origine de la saturation de la turbulence d'Alfvén.

### 5.2 Interaction ondes-particules

Dans un milieu hydromagnétique perturbé par des rayons cosmiques, on observe un transfert d'énergie permanent entre les ondes d'Alfvén et les particules chargées principalement. En particulier, la fonction de distribution des rayons cosmiques est modifiée par les perturbations magnétiques du milieu. Skilling (1975a) a étudié l'effet des ondes d'Alfvén sur les particules chargées et a montré que l'accélération de Fermi modifie les pertes adiabatiques d'énergie créant ainsi une anisotropie en angle d'attaque des rayons cosmiques. Afin de linéariser le problème, nous considérons que la fonction de distribution est quasi-isotrope ( $\partial f / \partial \mu \ll 1$ ). On choisit des perturbations MHD qui se déplacent parallèlement aux lignes de champ magnétique moyen ( $\theta = 0$ ), on notera tout de même  $k = k_{\parallel}$  afin de ne pas perdre de généralités sur l'angle d'incidence des perturbations. Cependant, à priori la fréquence de collision des rayons cosmiques avec les modes en arrière est très faible car ces derniers sont issus d'un phénomène de cascade d'ondes d'Alfvén en avant que l'on verra plus loin et doivent

être en plus faible proportion. De plus, on considère que la vitesse d'Alfvén est faible devant la vitesse de la lumière au sens que les termes en  $(V_A/c)^2$  sont négligeables. Si en plus on ne considère que des ondes d'Alfvén se propageant strictement parallèlement aux lignes de champ caractérisées par un axe  $z$ , l'équation (6) de transport de Skilling (1975a) devient l'équation (17) de Wiener et al. (2013) donnée par

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mu v \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial \mu} \left[ \frac{(1-\mu)^2}{2} \nu \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \quad (5.2)$$

où

$$\nu = \frac{\pi}{4} \Omega b_k^2 = \frac{\pi}{4} \Omega \frac{kE(k)}{W_{B_0}} \quad (5.3)$$

est la fréquence de collision des rayons cosmiques avec les ondes d'Alfvén qui dépend directement du taux de turbulence (Jokipii 1971 [26]). On considère que la fréquence de diffusion  $\nu$  est grande devant l'échelle de temps dynamique du plasma  $T_{\text{dyn}}^{-1} \ll 1 \rightarrow \partial f / \partial t \approx 0$ . On peut alors effectuer un développement en puissance de  $\nu$  de la fonction de distribution  $f = f_0 + f_1 + f_2 + \mathcal{O}(\nu^{-3})$ . L'équation 5.2 se résume alors au système

$$0 = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ \frac{(1-\mu)^2}{2} \nu \frac{\partial f_0}{\partial \mu} \right] \quad (5.4)$$

$$\mu v \frac{\partial f_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ \frac{(1-\mu)^2}{2} \nu \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \right] \quad (5.5)$$

$$\mu v \frac{\partial f_1}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ \frac{(1-\mu)^2}{2} \nu \frac{\partial f_2}{\partial \mu} \right] \quad (5.6)$$

$$\dots \quad (5.7)$$

En moyennant la relation 5.5 sur  $\mu$ , on obtient

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mu} = -\frac{v}{\nu} \frac{\partial f_0}{\partial z}. \quad (5.8)$$

L'équation 5.8 nous dit que l'anisotropie en  $\mu$  engendre un gradient de densité de rayons cosmiques le long des lignes de champ. La turbulence Alfvénique engendre donc localement des perturbations de la densité de rayons cosmiques le long des lignes de champ.

Skilling (1975b) a également étudié l'impact des rayons cosmiques sur les ondes d'Alfvén en les considérant comme des quasi-particules appelées "photons d'Alfvén". Il a montré que les perturbations d'Alfvén subissent des cascades stimulées par les rayons cosmiques. On observe donc dans un plasma les réactions

$$A_+ \rightleftharpoons A_- + S_+ \quad (5.9)$$

$$A_- \rightleftharpoons A_+ + S_- \quad (5.10)$$

$$(5.11)$$

où  $+/-$  donnent le sens de propagation (avant/arrière),  $A$  représente une onde d'Alfvén et  $S$  une onde de son. Ces réactions conduisent à un système d'équations couplées (équations 19 et 20 de Skilling 1975b) représentant l'équilibre statistique des modes MHD dans un plasma perturbé. Ce processus contribue à la cascade turbulente des grandes vers les petites échelles au prix de la génération d'une turbulence MHD.

### 5.3 Croissance des ondes d'Alfvén

Dans le cadre d'une instabilité de streaming de rayons cosmiques, ces derniers voyagent le long des lignes de champ avec une vitesse  $v$  et un angle d'attaque  $\mu$ . Ces particules interagissent avec les ondes d'Alfvén, nous considérerons dans cette section différentes interactions possibles donnant lieu à différents niveaux de turbulence d'Alfvén. Skilling (1975c) détermine le taux de croissance des ondes d'Alfvén parallèles aux lignes de champ magnétique moyen en considérant la condition de résonance onde-particule  $kp = \pm m\Omega_0$  où  $\Omega_0 = eB_0/mc$ . Les

particules conservent leur énergie dans le référentiel des ondes ce qui signifie que leur variation d'énergie dans le référentiel du plasma de fond est donné par  $\partial E/\partial t = V_A \partial p_{\parallel}/\partial t$ . Cette énergie est donc transmise aux ondes d'Alfvén dont le taux de croissance est finalement donné par la relation (Wiener et al. 2013)

$$\Gamma_g(k_{\parallel}) = \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\pi^2 m^2 \Omega_0^2 V_A}{2k_{\parallel} B_0^2} \int d^3 \mathbf{p} v \frac{\partial f}{\partial \mu} \left[ \delta \left( \mu p - \frac{m \Omega_0}{k_{\parallel}} \right) + \delta \left( \mu p + \frac{m \Omega_0}{k_{\parallel}} \right) \right]. \quad (5.12)$$

Je généralise maintenant cette relation en formalisant la condition de résonance onde d'Alfvén - rayon cosmique. On a alors (en utilisant la relation 5.8)

$$\Gamma_g(k_{\parallel}) = \frac{\pi^2 m^2 \Omega_0^2 V_A}{2k_{\parallel} B_0^2} \int d^3 \mathbf{p} (1 - \mu^2) v \frac{\partial f}{\partial \mu} \frac{R(k_{\parallel}, \mu)}{\pi} \quad (5.13)$$

où  $R(k_{\parallel}, \mu)$  est la condition de résonance définie de deux manières différentes par les équations 5.23 et 5.22. En utilisant les équations 5.8 et 5.3 dans l'équation 5.13, on obtient

$$\Gamma_g(k_{\parallel}) = -\frac{2\pi m \Omega_0 V_A c}{k_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial z} \int d^3 \mathbf{p} (1 - \mu^2) p \beta (\delta B)_{k_{\parallel}}^{-2} f(p) \frac{R(k_{\parallel}, \mu)}{\pi}. \quad (5.14)$$

La partie dans la dérivée spatiale de l'équation 5.14 dépend évidemment de la variable  $z$ . On peut exprimer cette fonction sous la forme d'un produit de deux termes, l'un ayant une dépendance spatiale parallèlement aux lignes de champs, l'autre ne dépendant que de l'énergie des particules et du cosinus de l'angle d'attaque  $\mu$ . Par ailleurs, on constate que la dépendance spatiale du terme dans la dérivée spatiale est entretenue par la fonction de distribution  $f$  des rayons cosmiques. Il est donc possible de supprimer cette dépendance spatiale en normalisant l'intégrale sur le moment par un terme contenant une fonction de distribution des rayons cosmiques. On écrit alors

$$\Gamma_g(k_{\parallel}) = -\frac{2\pi m \Omega_0 V_A c}{k_{\parallel}} \frac{\partial n_{CR}}{\partial z} A'(k_{\parallel}) \quad (5.15)$$

où

$$A'(k_{\parallel}) = \frac{1}{n_{CR}} \int d^3 \mathbf{p} (1 - \mu^2) p \beta (\delta B)_{k_{\parallel}}^{-2} f(p) \frac{R(k_{\parallel}, \mu)}{\pi} \quad (5.16)$$

est un terme qui ne dépend que du nombre d'onde d'Alfvén. Afin de rendre l'analyse du problème plus flexible, on choisit de normaliser différents paramètres de l'étude. On pose  $p = p_0 \bar{p}$  l'impulsion des rayons cosmiques normalisée par une valeur caractéristique  $p_0$ ,  $f(p) = f_0 \kappa(\bar{p})$  la fonction de distribution des rayons cosmiques normalisée par la valeur  $f_0$  et ne dépendant plus que de la variable normalisée  $\bar{p}$ . On définit les fonctions suivantes

$$H = \int_{\bar{p}_{\min}}^{\bar{p}_{\max}} d\bar{p} \bar{p}^2 \kappa(\bar{p}) \quad (5.17)$$

$$G = \int_{\bar{p}_{\min}}^{\bar{p}_{\max}} d\bar{p} \bar{p}^3 \beta \bar{p} \kappa(\bar{p}) \quad (5.18)$$

nous permettant ainsi de lier la densité  $n_{CR}$  et la pression de rayons cosmiques  $P_{CR}$  par la relation

$$n_{CR} = \frac{3}{p_0 c} \frac{H}{G} P_{CR}. \quad (5.19)$$

On peut écrire le taux de croissance des ondes d'Alfvén sous la forme

$$\Gamma_g(k_{\parallel}) = \frac{3}{4} \Omega_0 \left[ V_A \frac{mc}{p_0 c} \right] \frac{H}{G} \frac{A(k_{\parallel})}{(\delta B/B_0)_{k_{\parallel}}^2} \left[ \frac{k_{\parallel}^{-1}}{W_{B_0}} \left( -\frac{\partial P_{CR}}{\partial z} \right) \right] \quad (5.20)$$

où  $A(k_{\parallel}) = (\delta B)_{k_{\parallel}}^2 A'(k_{\parallel})$  est défini par

$$A(k_{\parallel}) = \frac{1}{n_{CR}} \int d^3\mathbf{p} (1 - \mu^2) p \beta f(p) \frac{R(k_{\parallel}, \mu)}{\pi}. \quad (5.21)$$

Les caractéristiques du taux de croissance des ondes d'Alfvén sont principalement déterminées par la fonction  $A(k_{\parallel})$  qui elle-même est définie par la fonction de résonance  $R(k_{\parallel}, \mu)$  qu'il est important de discuter ici. Schlickeiser (2002) propose d'exprimer de manière générale la résonance entre les particules et les ondes MHD à l'aide d'une fonction Lorentzienne. La fonction  $R(k_{\parallel}, \mu)$  s'écrit de la manière la plus générale

$$R(k_{\parallel}, \mu) = \sum_{j=\pm 1} \sum_n \frac{\Gamma_{in}(k_{\parallel})}{\Gamma_{in}^2(k_{\parallel}) + [v\mu k_{\parallel} - jk_{\parallel}V_A + n\Omega]^2} \quad (5.22)$$

où  $j$  représente le sens de propagation des ondes d'Alfvén ( $j = +1$  en avant,  $j = -1$  en arrière) le long de  $\mathbf{B}_0$ . La valeur absolue de l'entier relatif  $n$  représente l'ordre de la résonance entre la fréquence de giration de la particule et la fréquence de propagation de l'onde. Dans la suite, nous ne considérerons que les cas  $n = \pm 1$  et  $j = +1$  c'est à dire des ondes se propageant principalement en avant et résonant au premier ordre avec les particules. Dans le cas où le taux d'amortissement  $\Gamma_{in}$  devient négligeable (ce qui est le cas suffisamment loin de la bande interdite  $[k_c^+, k_c^-]$ ), la fonction  $R(k_{\parallel}, \mu)$  se réduit à

$$R(k_{\parallel}, \mu) = \pi \sum_{n=\pm 1} \delta [v\mu k_{\parallel} - k_{\parallel}V_A + n\Omega]. \quad (5.23)$$

En considérant  $v \gg V_A$ , l'expression 5.23 conduit à la condition de résonance (15) de Wiener et al. (2013) et le taux de croissance des ondes d'Alfvén est alors défini par la relation (16) des mêmes auteurs.

Dans ce travail nous étudions des niveaux de turbulence déterminés de deux différentes manières. De façon générale, on définit  $A(k_{\parallel}) = \frac{p_0}{2\pi} \frac{G'}{H}$  où

$$G' = \sum_{n=\pm 1} \int_{\bar{p}_{\min}}^{\bar{p}_{\max}} d\bar{p} \bar{p}^3 \beta(\bar{p}) \kappa(\bar{p}) K_{n1}(\bar{p}). \quad (5.24)$$

La fonction  $K_{nj}$  est définie par la relation

$$K_{nj}(\bar{p}) = \int_{-1}^1 d\mu (1 - \mu^2) \frac{\Gamma_{in}(k_{\parallel})}{\Gamma_{in}^2(k_{\parallel}) + [v\mu k_{\parallel} - jk_{\parallel}V_A + n\Omega]^2} \quad (5.25)$$

$$= \frac{c_1}{\Gamma_{in}} \left[ -2 + \left[ \arctan \left( \frac{1 + c_2}{\sqrt{c_1}} \right) - \arctan \left( \frac{-1 + c_2}{\sqrt{c_1}} \right) \right] \left( \frac{1 + c_1 - c_2^2}{\sqrt{c_1}} \right) \right. \\ \left. + c_2 \ln \left[ \frac{1 + c_1 + 2c_2 + c_2^2}{1 + c_1 - 2c_2 + c_2^2} \right] \right] \quad (5.26)$$

où

$$c_1 = \frac{\Gamma_{in}^2(k_{\parallel})}{\bar{p} k_{\parallel}^2 \left( \frac{p_0}{\gamma m} \right)} \quad (5.27)$$

$$c_2 = -j\varepsilon + \frac{n}{\bar{p} k_{\parallel}} \left( \frac{\gamma m}{p_0} \right) \Omega. \quad (5.28)$$

si l'on considère un modèle de résonance de Lorentz tenant compte du taux d'amortissement et

$$K_{nj}(\bar{p}) = \pi \int_{-1}^1 d\mu (1 - \mu^2) \delta \left[ \sqrt{\bar{p} \left( \frac{p_0}{\gamma m} \right)} \left( \mu k_{\parallel} - jk_{\parallel} \varepsilon + \frac{n}{\bar{p}} \left( \frac{\gamma m}{p_0} \right) \Omega \right) \right] \quad (5.29)$$

$$= \frac{\pi}{\left| k_{\parallel} \sqrt{\bar{p} \left( \frac{p_0}{\gamma m} \right)} \right|} \left[ 1 - \left( j\varepsilon - \frac{n}{\bar{p} k_{\parallel}} \left( \frac{\gamma m}{p_0} \right) \Omega \right)^2 \right] \quad (5.30)$$

si l'on considère un modèle de résonance de Dirac en considérant  $\Gamma_{in} \ll 1$ . Nous observons à basse énergie que le choix de la fonction de résonance peut se limiter à un delta de Dirac ce qui revient à dire que le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén est négligeable à faible énergie. Cependant, autour de la bande interdite et à plus haute énergie, une résonance à l'aide d'une fonction de Lorentz tenant compte de l'amortissement des ondes semble nécessaire.

Nous avons donc obtenu l'expression analytique du taux de croissance des ondes d'Alfvén qui dépend du gradient de pression de la distribution de rayons cosmiques. On observe également que ce taux contient l'expression de la turbulence d'Alfvén isotrope que nous cherchons à déterminer.

## 5.4 Effets supplémentaires de saturation turbulente

Bien que nous l'étudions pas numériquement, l'amortissement de Landau s'ajoute aux effets de cascade turbulente et pourra être pris en compte dans la poursuite de ce travail. L'amortissement de Landau est un processus de dissipation des ondes MHD qui n'est pas lié aux phénomènes de collision. Lorsque le niveau de turbulence atteint une valeur critique, l'énergie d'une partie de la distribution de particules devient du même ordre de grandeur que celle des ondes. Il se fait alors un échange d'énergie entre les ondes et les particules qui contribue à la cascade turbulente et à l'accélération diffusive des rayons cosmiques. Cet effet est particulièrement important dans les milieux fortement ionisés où le taux de propagation des ondes d'Alfvén est grand, mais aussi à très basse énergie dans les milieux plus faiblement ionisés. En effet, l'effet Landau consiste en l'échange d'énergie entre une onde magnétique et une particule chargée par effet de glissement (Landau 1946). Plaçons nous dans le référentiel du plasma non-perturbé. On considère une onde d'Alfvén se déplaçant à la célérité  $V_A$  et interagissant avec une particule de vitesse  $v$ . Il n'y a transfert d'énergie que si la vitesse de la particule est approximativement égale à celle de l'onde. Si  $v > V_A$  alors la particule transmet une partie de son énergie à l'onde, on parle d'instabilité de Landau. Si  $v < V_A$  alors l'onde transmet une partie de son énergie à la particule et se retrouve amortie. L'effet Landau est qualifié de non-linéaire sur la particule interagissant avec un battement d'onde ce qui est généralement le cas pour des particules relativistes.

Le modèle GS95 montre que la turbulence super-Alfvénique cascade préférentiellement perpendiculairement aux lignes de champ. Cela signifie que les ondes se propageant perpendiculairement aux lignes de champ sont plus facilement amorties que les ondes se propageant le long des lignes de champ. Farmer & Goldreich (2004) ont étudié le cas d'excitation d'ondes en gyrorésonance avec des rayons cosmiques et ont montré que la composante parallèle est moins amortie voire peut être amplifiée par l'instabilité de streaming résonnante alors que la composante perpendiculaire est d'autant plus amortie que celle parallèle l'est moins. Cet effet contribue à accentuer l'effet d'anisotropie de la turbulence.

D'une manière générale, la saturation permet de calculer le niveau de turbulence à une échelle donnée. Dans la section 6.2, je discute des résultats associés à la saturation du champ turbulent par les collisions ion-neutre.

# Chapitre 6

## Turbulence auto-générée par l'instabilité de rayons cosmiques

Dans ce chapitre, je suis le raisonnement de Wiener et al. (2013) et détermine le niveau de turbulence d'Alfvén à partir de l'équilibre du taux de croissance linéaire des ondes par instabilité de streaming calculé dans le chapitre précédent et du taux d'amortissement des ondes d'Alfvén calculé dans le chapitre 4. A la différence de Wiener, nous négligeons l'amortissement de Landau non-linéaire car le taux d'ionisation des phases choisies est très faible ce qui signifie que le taux de propagation des ondes d'Alfvén est moins important et que l'amortissement de Landau peut être négligé devant l'amortissement par collisions ions-neutres. Le spectre de turbulence d'Alfvén est un paramètre essentiel au calcul du coefficient  $D_{\mu\mu}$  des rayons cosmiques qui lui-même est impliqué dans la détermination du libre parcours moyen des particules. Nous proposons dans ce chapitre une méthode de calcul analytique du coefficient  $D_{\mu\mu}$  qui peut ensuite être appliquée numériquement.

### 6.1 Distribution des rayons cosmiques

Nous avons montré que le taux de croissance des ondes d'Alfvén dépend fortement de la distribution au premier ordre des rayons cosmiques. En effet, l'instabilité de streaming se développe différemment suivant la distribution initiale de rayons cosmiques. Il est donc important de sélectionner une distribution de rayons cosmiques adaptée au phénomène que l'on souhaite étudier. Dans le cas de notre étude, nous souhaitons d'abord déterminer le niveau de turbulence dans différentes phases du milieu interstellaire, loin de toute source directe de rayons cosmiques. La fonction 3.2 décrivant la distribution en énergie des protons dans le milieu interstellaire local est parfaitement adaptée à notre étude. Nous devons cependant adapter les paramètres d'entrée de la fonction à ceux de notre étude.

L'énergie cinétique normalisée est reliée à l'impulsion des protons par la relation

$$T = \frac{mc^2}{1 \text{ GeV}} \left[ \sqrt{1 + \bar{p}^2} - 1 \right]. \quad (6.1)$$

Ainsi,  $J(T)$  et  $f(\bar{p})$  sont liés par la relation

$$\beta c p^2 f(\bar{p}) dp = J(T) dT. \quad (6.2)$$

Le choix de la normalisation  $f_0$  de la fonction de distribution est très important pour la détermination du niveau de turbulence. Si l'on pose  $J(T) = J_0 j(T)$  où  $J_0 = 0.27 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ st}^{-1} \text{ GeV}^{-1}$ , la relation différentielle 6.2 devient

$$f(\bar{p}) = J_0 \left( \frac{p_0 c}{c} \right) \frac{1}{p_0^3 \bar{p}^2} j(T) \quad (6.3)$$

où l'on identifie  $\kappa(\bar{p}) = \frac{1}{\bar{p}^2} j(T)$  et  $f_0 = J_0 \left( \frac{p_0 c}{c} \right) \frac{1}{p_0^3}$ .

En régime classique, la densité d'espace des phases des rayons cosmiques décroît en  $T^{-0.88}$  tandis qu'en régime relativiste, elle décroît en  $T^{-4.81}$  (équation 3.2). On observe que la densité de rayon cosmiques décroît très rapidement en régime relativiste mais cela ne signifie pas pour autant que le niveau de turbulence diminue avec l'énergie comme le témoignent les figures B.6, B.7, B.8, B.9 et B.10.

## 6.2 Turbulence auto-générée

Nous avons précédemment supposé que  $V_A/v \ll 1$ . Ceci implique que les perturbations du milieu sont magnétostatiques, il est donc possible d'exprimer le spectre de turbulence d'Alfvén comme la conséquence de l'équilibre du taux de croissance des ondes  $\Gamma_{\text{growth}}$  et du taux d'amortissement par collisions ions-neutres  $\Gamma_{in}$ . Il s'agit donc de résoudre l'équation stationnaire

$$\Gamma_{\text{growth}} + \Gamma_{in} = 0. \quad (6.4)$$

Seul le terme 5.21 du taux de croissance des ondes contient explicitement le niveau de turbulence.  $b_k = (\delta B/B_0)_{k_{\parallel}}$  s'exprime alors comme

$$b_k = \sqrt{\frac{1}{\Gamma_{in}} \frac{3}{4} \Omega_0 \left( V_A \frac{mc}{p_0 c} \right) A(k) \frac{H}{G} \left( \frac{k^{-1}}{W_B} \left[ -\frac{\partial P_{CR}}{\partial z} \right] \right)}. \quad (6.5)$$

Le niveau de turbulence dépend essentiellement de la fonction  $A(k)$ , du taux d'amortissement collisionnel et du gradient de pression de rayons cosmiques. On suppose ce dernier constant par rapport à l'échelle d'étude de la turbulence.

En régime faiblement couplé ( $k \gg 1$ ) et en considérant la résonance  $r_g = k^{-1}$ ,  $f(p) \propto k^{1.76}$  implique que  $A(k) \propto k^{-1.24}$  et donc que la turbulence croît en  $b_k \propto k^{-1.12} \propto T^{0.56}$  avec l'énergie. En effet, la densité de rayons cosmiques décroît contrairement au taux de collision ions-neutre qui reste constant. La conséquence de ce phénomène est que la section efficace d'interaction ions-neutres est constante avec l'énergie mais que la quantité d'énergie transférée aux ondes est croissante expliquant ainsi l'accroissement du taux de turbulence. En régime faiblement couplé mais à plus haute énergie ( $k \ll 1$ ), on voit que  $f(p) \propto k^{4.81}$  c'est à dire  $A(k) \propto k^{1.81}$  et donc la turbulence décroît en  $b_k \propto k^{0.40} \propto T^{-0.40}$  en régime relativiste. En effet, la densité de rayons cosmiques et de modes d'Alfvén décroissent rapidement et le taux de collision ions-neutre ne suffit pas à compenser cette chute expliquant ainsi la décroissance du taux de turbulence. Dans la bande interdite, il n'existe pas de modes d'Alfvén et donc aucune turbulence d'Alfvén n'est possible. On se retrouve dans un régime où les perturbations hydrodynamiques ne sont plus négligeables et doivent être prises en compte. A plus haute énergie en régime de fort couplage on observe que  $\Gamma_{in} \propto k^2$  ce qui implique que le taux de turbulence remonte en  $b_k \propto k^{-0.59} \propto T^{0.59}$ . En effet malgré la chute de la densité de rayons cosmiques et de modes d'Alfvén, l'énergie des particules devient suffisante pour générer de nouveaux modes d'Alfvén. Cet effet de divergence de la turbulence est principalement dû au fait que nous avons considéré un gradient de pression constant en fonction de l'énergie des particules ce qui revient à dire que le terme  $H/G$  diminue en fonction de l'énergie. Ceci n'est possible qu'en ne fixant pas l'impulsion de coupure  $p_c$ .

Les niveaux de turbulence calculés pour les différentes phases du milieu interstellaire sont représentés dans les figures B.6, B.7, B.8, B.9 et B.10. On observe dans la phase WNM caractérisée par une température élevée que la bande interdite est très fine. Ceci signifie que les approximations de faible et fort couplage sont valable sur une grande partie du spectre. Aux faibles énergies, on observe un pic de turbulence suffisamment élevé pour être observable expérimentalement dans un milieu faiblement perturbé. Les phases CNM et DeM semblent présenter un niveau de turbulence similaire. Dans les deux cas on observe un pic de fluctuation magnétique d'environ  $2 \times 10^{-2}$ . La bande interdite de la phase CNM est plus fine que celle de la phase DeM en raison du niveau d'ionisation différent. La phase DiM présente un niveau de turbulence très faible à basse énergie et une bande de coupure à très basse énergie. Ceci est principalement dû au très faible taux d'ionisation et à la faible densité du milieu. Enfin la phase DeC présente un taux de turbulence assez fort ainsi qu'une bande de coupure assez large placée à très haute énergie. L'approximation de faible couplage semble convenir jusqu'à des énergies de l'ordre du TeV présentant ainsi quelques similarités avec les milieux fortement ionisés. Il faut également noter que les niveaux de turbulence présentés sont déterminés pour un gradient caractéristique à grande échelle de pression de rayons cosmiques de  $1 \times 10^{-29} \text{ erg cm}^{-4}$ . Cependant ce dernier paramètre dépend de l'échelle étudiée et donc de l'énergie. En effet on peut intuitivement penser que le gradient de pression augmente quand l'échelle d'étude diminue c'est à dire quand l'énergie des particules diminue. Les niveaux de turbulence à faible énergie pourraient donc bien être plus élevés que ce qui est présenté sur les différentes figures, la difficulté est donc de caractériser l'évolution de la pression de rayons cosmiques aux différentes échelles.

## 6.3 Diffusion en angle d'attaque des rayons cosmiques

La caractérisation du niveau de turbulence dans un milieu MHD est essentielle pour quantifier les processus de diffusion des rayons cosmiques. Nous avons déterminé le niveau de turbulence auto-généré par l'instabilité

de streaming de rayons cosmiques. Les rayons cosmiques subissent déjà un phénomène de diffusion issu de la turbulence de fond du milieu interstellaire. La turbulence générée par l'instabilité de streaming vient s'ajouter à celle générée par le milieu interstellaire augmentant ainsi le taux de diffusion des rayons cosmiques. Dans cette section, nous nous intéressons uniquement aux coefficients de diffusion déterminée à partir de la turbulence auto-générée par les rayons cosmiques. Les calculs de Schlickeiser sur la résolution de l'équation de Vlasov suivant la méthode de la théorie quasi-linéaire conduisent à l'expression suivante pour le coefficient de diffusion en angle d'attaque des rayons cosmiques.

$$D_{\mu\mu} = \frac{\Omega^2}{2}(1 - \mu^2) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^3k R(k_{\parallel}, \mu) \left(\frac{\delta B}{B_0}\right)_{k_{\parallel}}^2 \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{\delta(k_{\perp})}{k_{\perp}} [J_{n+1}^2(W) + J_{n-1}^2(W)] \quad (6.6)$$

où

$$W = \frac{k_{\perp} v \sqrt{1 - \mu^2}}{\Omega}. \quad (6.7)$$

Si l'on considère la résonance 5.23, le coefficient de diffusion  $D_{\mu\mu}$  devient

$$D_{\mu\mu} = \pi\Omega^2(1 - \mu^2) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [J_{n+1}^2(0) + J_{n-1}^2(0)] \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{\parallel} \delta[v\mu k_{\parallel} - k_{\parallel}V_A + n\Omega] \left(\frac{\delta B}{B_0}\right)_{k_{\parallel}}^2 \frac{1}{k_{\parallel}}. \quad (6.8)$$

En ne considérant que les modes de gyrorésonance de premier ordre ( $n = \pm 1$ ), on obtient

$$D_{\mu\mu} = \frac{2\pi\Omega^2(1 - \mu^2)}{k_{\parallel,i}|v\mu - V_A|} \left(\frac{\delta B}{B_0}\right)_{k_{\parallel,i}}^2 \quad (6.9)$$

où

$$k_{\parallel,i} = \left| \frac{\Omega}{v\mu - V_A} \right| \quad (6.10)$$

Les coefficients de diffusion en angle d'attaque des rayons cosmiques sont tracés pour les différentes phases du milieu interstellaire dans les figures B.11, B.12, B.13, B.14 et B.15. De manière générale, l'expression 6.9 montre que le taux de diffusion en angle d'attaque des rayons cosmiques dépend de l'angle d'attaque, de l'énergie des particules mais aussi du niveau de turbulence à l'échelle de la résonance entre la particule et l'onde d'Alfvén. Ceci signifie que la turbulence joue un rôle essentiel dans le processus de diffusion des particules.

# Chapitre 7

## Applications

La détermination du niveau de turbulence auto-généré par l'instabilité de streaming de rayons cosmiques est essentielle pour comprendre en profondeur les phénomènes de propagation des particules énergétiques dans le milieu interstellaire et de manière plus générale pour comprendre la dynamique du milieu interstellaire. Notre modèle de turbulence slab peut ainsi s'intégrer à des modèles de turbulence grande échelle ou autres phénomènes entraînant de la diffusion en apportant une correction sur la valeur des coefficients de diffusion. Dans cette partie, nous allons discuter de deux applications potentielles du modèle de turbulence slab auto-générée par l'instabilité de streaming de rayons cosmiques. En particulier, ce travail permettra d'apporter des corrections à la diffusion des rayons cosmiques déterminée par le code RAMSES (Dubois & Commerçon 2015) en apportant une grille de diffusion aux échelles que le code ne peut pas atteindre. Ce travail permet également d'apporter des corrections au code cinétique de diffusion non linéaire de rayons cosmiques issus d'un rémanent de supernova (Nava et al. 2016) en précisant la valeur des coefficients de diffusion en jeu.

### 7.1 Code RAMSES

Le code RAMSES est originalement un code à N corps et un code hydrodynamique. Ce dernier a été conçu pour étudier les formations des structures de l'univers avec une haute résolution spatiale en se basant sur la technique de maillage adaptatif (Teyssier 2002). Fromang et al. (2006) [18] implémentent un schéma de Godunov pour résoudre les équations de la MHD idéale permettant ainsi d'utiliser le code AMR RAMSES pour résoudre les problèmes astrophysiques. Dubois & Commerçon (2015) implémentent une méthode pour résoudre l'équation de diffusion anisotrope des rayons cosmiques au sein d'un milieu MHD perturbé. Ils ont ajouté une équation du transport pour les électrons et une pour les rayons cosmiques (équations (5) et (6) de leur papier). Dans leur équation (6), le flux de RC est défini par

$$\mathbf{F}_{\text{CR}} = -D_{\text{CR}}\mathbf{b}(\mathbf{b} \cdot \nabla)e_{\text{CR}} \quad (7.1)$$

où  $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ ,  $e_{\text{CR}}$  est l'énergie volumique des rayons cosmiques et  $D_{\text{CR}}$  est le coefficient de diffusion des rayons cosmiques défini par le volume de la boîte de la simulation. Ce coefficient est constant et ne permet de décrire le comportement des rayons cosmiques qu'aux énergies correspondantes aux échelles supérieures à l'échelle associée à la résolution de la grille de simulation, ce qui prive la simulation de la turbulence auto-générée par les rayons cosmiques de faible énergie. Mon travail permet, à partir d'un modèle de gradient de pression de rayons cosmiques qui sera calculé par le code RAMSES, d'apporter une correction sous-grille à la valeur des coefficients de diffusion des rayons cosmiques.

### 7.2 Code cinétique de Nava et al. (2016)

Nava et al. (2016) ont mis au point un code de diffusion non-linéaire de rayons cosmiques s'échappant d'un rémanent de supernova. Ce code étudie la propagation des protons et la façon dont ils génèrent de la turbulence magnétique et interagissent avec à travers une instabilité de streaming. Ce code de diffusion est appliqué aux phases WIM et WNM et deux mécanismes d'amortissement des ondes magnétiques sont considérés : les collisions ions-neutres et l'effet Farmer-Goldreich (Section 5.3).

Le transport des rayons cosmiques est étudié en considérant la résonance  $k = r_l^{-1}$  où  $r_l$  est le rayon de Larmor des particules. Le coefficient de diffusion des particules est défini par

$$D = \frac{D_B}{I} \quad (7.2)$$

où  $D_B = E/3eB$  est le coefficient de diffusion de Bohm du plasma et  $I$  est la densité d'énergie des ondes résonantes définie par la relation entre le taux de croissance des ondes d'Alfvén et le gradient de pression des rayons cosmiques (équation (3) du papier). La géométrie du problème est cylindrique, les particules sont émises parallèlement aux lignes de champ magnétique et le choc est fixe. Le taux d'amortissement ions-neutres est calculé à partir de la résolution numérique de la relation de dispersion du milieu (Zweibel & Shull 1982 [58]) équivalente à la relation 4.5 mais en négligeant la viscosité des neutres. L'effet Farmer-Goldreich est un processus de cascade anisotrope des ondes d'Alfvén qui devient important à haute énergie.

Mon travail permet un calcul plus précis des coefficients de diffusion qui permet de considérer de manière plus réaliste l'échappement des rayons cosmiques du rémanent. Par la suite, une adaptation du code aux phases moléculaire est envisagée. Il est également possible de reconsidérer le problème dans le cas d'un choc de supernova qui émet des rayons cosmiques dans différentes directions afin de reproduire le phénomène d'accélération des rayons cosmiques de la manière la plus réaliste possible.

# Chapitre 8

## Conclusion

Nous avons, au travers de ce travail, montré que les RCs peuvent jouer un rôle important dans la génération de la turbulence dans le MIS, notamment dans les phases diffuses. En effet, contrairement aux modèles de turbulence à grande échelle, l'amplitude du spectre de turbulence généré par les rayons cosmiques ne décroît pas nécessairement à mesure que l'échelle diminue. Son impact sur la turbulence totale dans le milieu est encore à déterminer. Rappelons les différentes étapes de ce travail.

L'objectif principal de ce travail est de déterminer le spectre de turbulence généré par l'interaction d'une instabilité de streaming de RCs avec les perturbations magnétiques du milieu interstellaire. Ce travail est réalisé dans un régime de turbulence linéaire et en suivant le raisonnement de Wiener et al. (2013).

Nous avons dans un premier temps déterminé le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén en résolvant analytiquement la relation de dispersion des ondes dans un plasma visqueux en utilisant une approche bi-fluide (contenant un fluide de neutres et un fluide d'ions). Nous avons montré qu'il existe essentiellement deux régimes. Un régime à basse énergie où les ions et les neutres sont faiblement couplés, le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén est le plus élevé et est constant. Un régime à haute énergie où les ions et les neutres sont fortement couplés, le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén décroît à mesure que l'énergie des ondes augmente. On a également observé la présence d'une bande de coupure des modes d'Alfvén entre les régimes de faible et de haute énergie. On en conclut que la turbulence d'Alfvén se développe préférentiellement à haute énergie. Cependant cette conclusion est déterminée par la distribution en énergie des rayons cosmiques.

Nous avons dans un second temps déterminé de taux de croissance linéaire des ondes d'Alfvén en considérant l'accélération adiabatique par processus de Fermi des RCs par les perturbations du milieu MHD. Cette accélération des particules chargées entraîne par l'intermédiaire de la loi de Biot et Savart la création de nouvelles perturbations magnétiques. Deux régimes d'interaction des RCs avec les perturbations magnétiques sont considérés, un régime de résonance pure où le rayon de Larmor de la particule correspond à un multiple de l'inverse du nombre d'onde dans le référentiel de la perturbation, et un régime de résonance imparfaite dans lequel l'amortissement de la perturbation n'est pas négligé.

En équilibrant les taux de croissance et d'amortissement des ondes d'Alfvén, il est ainsi possible de caractériser l'évolution du niveau de turbulence des ondes magnétiques. En considérant de plus que la turbulence auto-générée est parfaitement asymétrique et de propagation uniquement le long des lignes de champ magnétique moyen, nous avons déterminé le coefficient de diffusion en angle d'attaque des RCs pour un modèle de turbulence slab. Nous avons observé que les particules les plus diffusées sont celles dont l'angle d'attaque est proche de  $90^\circ$  créant ainsi une dispersion principalement perpendiculaire aux lignes de champ.

Cependant le modèle possède ses limites. En effet, le spectre de turbulence est calculé à partir d'un taux de croissance linéaire des ondes d'Alfvén ce qui explique la divergence de l'amplitude des perturbations à haute énergie. Il est donc nécessaire de tenir compte des effets non-linéaires de saturation du champ turbulent à haute énergie. De plus, les RCs ne sont pas uniquement sensibles aux modes purement magnétiques. Les modes magnéto-soniques lents et rapides doivent être pris en compte, il faut également discuter du rôle des modes hydrodynamiques notamment dans les plasmas denses dans l'approximation de faible couplage. La turbulence générée par les RCs n'est pas l'unique générateur de turbulence. En effet, il convient de quantifier le rôle de la turbulence à grande échelle. Cette dernière peut en particulier contribuer à l'accélération des RCs et donc à la génération de la turbulence à petite échelle. Cet effet récurrent peut avoir des conséquences considérables sur le spectre de turbulence du milieu interstellaire.

Ce stage n'est que le commencement d'un gros travail à la fois théorique et numérique de modélisation du transport des RCs dans le milieu interstellaire. En effet, en poursuivant en thèse. Je pourrai développer des modèles analytiques de propagation des RCs dans les milieux faiblement ionisés bien plus élaborés et utiliserai les différents résultats dans des simulations MHD afin de mieux comprendre le rôle des RCs et de la turbulence

dans le milieu interstellaire. La première partie du travail de la thèse concernera en particulier le modèle proposé dans ce rapport en suivant les améliorations proposées dans le paragraphe ci-dessus. C'est donc avec plaisir que je continuerai ce travail et que je contribuerai au développement du code de simulation MHD RAMSES et du code cinétique d'échappement de RCs issus d'un rémanent de supernova dans le MIS présentés dans le chapitre 7.

# Annexe A

## Acronymes et notations

### Notations

|                          |   |
|--------------------------|---|
| $m$                      | Masse du proton   |
| $c$                      | Célérité de la lumière dans le vide   |
| $e$                      | Valeur absolue de la charge électrique de l'électron                          |
| $q$                      | Charge électrique quelconque  |
| $\parallel$              | Parallèle aux lignes de champ magnétique moyen                                |
| $\perp$                  | Perpendiculaire aux lignes de champ magnétique moyen                          |
| $B_0$                    | Champ magnétique moyen  |
| $W_{B_0}$                | Énergie magnétique moyenne  |
| $E$                      | Énergie   |
| $T$                      | Énergie cinétique ou Température suivant le contexte                          |
| $r_l$                    | Rayon de Larmor   |
| $\alpha$                 | Angle d'attaque des rayons cosmiques  |
| $v$                      | Vitesse des rayons cosmiques  |
| $p$                      | Impulsion des rayons cosmiques  |
| $\bar{p}$                | Impulsion normalisée des rayons cosmiques                                     |
| $p_0$                    | Valeur de normalisation de l'impulsion des rayons cosmiques                   |
| $X$                      | Taux d'ionisation   |
| $n_{i\pm}$               | Densité volumique d'espèces chargées positivement/négativement                |
| $n_n$                    | Densité volumique d'espèces neutres   |
| $n_{CR}$                 | Densité volumique de rayons cosmiques   |
| $P_{CR}$                 | Pression de rayons cosmiques  |
| $\Omega_0$               | Pulsation cyclotron   |
| $\Omega$                 | Pulsation synchrotron   |
| $v_A = V_A$              | Vitesse d'Alfvén en régime fortement couplé                                   |
| $v_{Ai} = V_{Ai}$        | Vitesse d'Alfvén en régime faiblement couplé                                  |
| $c_s$                    | Vitesse du son  |
| $\theta$                 | Angle entre le vecteur d'onde de la perturbation et le vecteur $\mathbf{B}_0$ |
| $\mathbf{k}$             | Vecteur d'onde  |
| $k_c^\pm$                | Échelles de changement de régime de couplage                                  |
| $k_{damp}$               | Échelles d'amortissement de la turbulence                                     |
| $L_{inj}$                | Échelle d'injection de la turbulence  |
| $\omega$                 | Pulsation complexe  |
| $\omega_R$               | Pulsation réelle  |
| $\Gamma_I = \Gamma_{in}$ | Pulsation imaginaire - Taux d'amortissement ion-neutre                        |
| $\Gamma_g$               | Taux de croissance des ondes d'Alfvén   |
| $\chi$                   | Rapport masse volumique des neutres/masse volumique des ions                  |
| $\xi_n$                  | Fraction de neutres   |
| $\nu_{in}$               | Taux de collision ion-neutre  |
| $\nu_{ni}$               | Taux de collision neutre-ion  |
| $\nu_n$                  | Viscosité des neutres   |
| $\nu$                    | Taux de collision RC-Onde d'Alfvén  |
| $D_{\mu\mu}$             | Coefficient de Fokker-Planck en angle d'attaque                               |
| $J_n(W)$                 | Fonction de Bessel à l'ordre $n$ de la variable $W$                           |

### Acronymes

|      |  |
|------|--|
| EM   | ElectroMagnétique                                  |
| MHD  | MagnétoHydroDynamique                              |
| HD   | HydroDynamique                                     |
| MIS  | Milieu InterStellaire                              |
| RC   | Rayon(nement) Cosmique                             |
| TQL  | Théorie Quasi-Linéaire                             |
| HIM  | Hot Ionised Medium (Milieu chaud ionisé)           |
| WIM  | Warm Ionised Medium (Milieu tiède ionisé)          |
| WNM  | Warm Neutral Medium (Milieu tiède neutre)          |
| CNM  | Cold Neutral Medium (Milieu froid neutre)          |
| DiM  | Diffuse Molecular cloud (Nuage moléculaire diffus) |
| DeM  | Dense Molecular cloud (Nuage moléculaire dense)    |
| DeC  | Dense Core (Cœur dense)                            |
| DaC  | Dark Cloud (Nuage sombre)                          |
| AMR  | Adaptative Mesh Refinement<br>(Maillage adaptatif) |
| GS95 | Golreich & Sridhar (1995)                          |

# Annexe B

## Figures

### B.1 Relation de dispersion

Les figures B.1, B.2, B.3, B.4 et B.5 présentent la relation de dispersion des ondes d'Alfvén dans les différentes phases du milieu interstellaire. Les données numériques du problème sont celles proposées dans le tableau 3.2. La phase et les paramètres du milieu sont présentés en titre et sous-titre de chacun des graphes. La courbe en trait plein noir représente le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén exact (équation 4.12), la courbe en pointillés noirs représente la fréquence de propagation exacte des ondes de Alfvén (équation 4.6). La courbe en trait plein bleu représente le taux d'amortissement des ondes d'Alfvén dans l'approximation  $\Gamma_I \ll \omega_R$  (équation 4.14). La courbe en pointillés bleus représente la fréquence de propagation des ondes d'Alfvén dans l'approximation  $\Gamma_I \ll \omega_R$ . (équation 4.13) Les triangles/ronds noirs à gauche et droite de la bande interdite représentent respectivement le taux d'amortissement/la fréquence de propagation des ondes d'Alfvén dans l'approximation  $\Gamma_I \ll \omega_R$  dans le régime de faible et fort couplage des ions avec les neutres (équations 4.17 à 4.20). Les traits verticaux pointillés représentent les bornes de la bande interdite de propagation des ondes d'Alfvén (équations 4.21 et 4.22). Les traits pleins verticaux représentent la bande de non-validité de l'approximation de faible ou fort couplage.

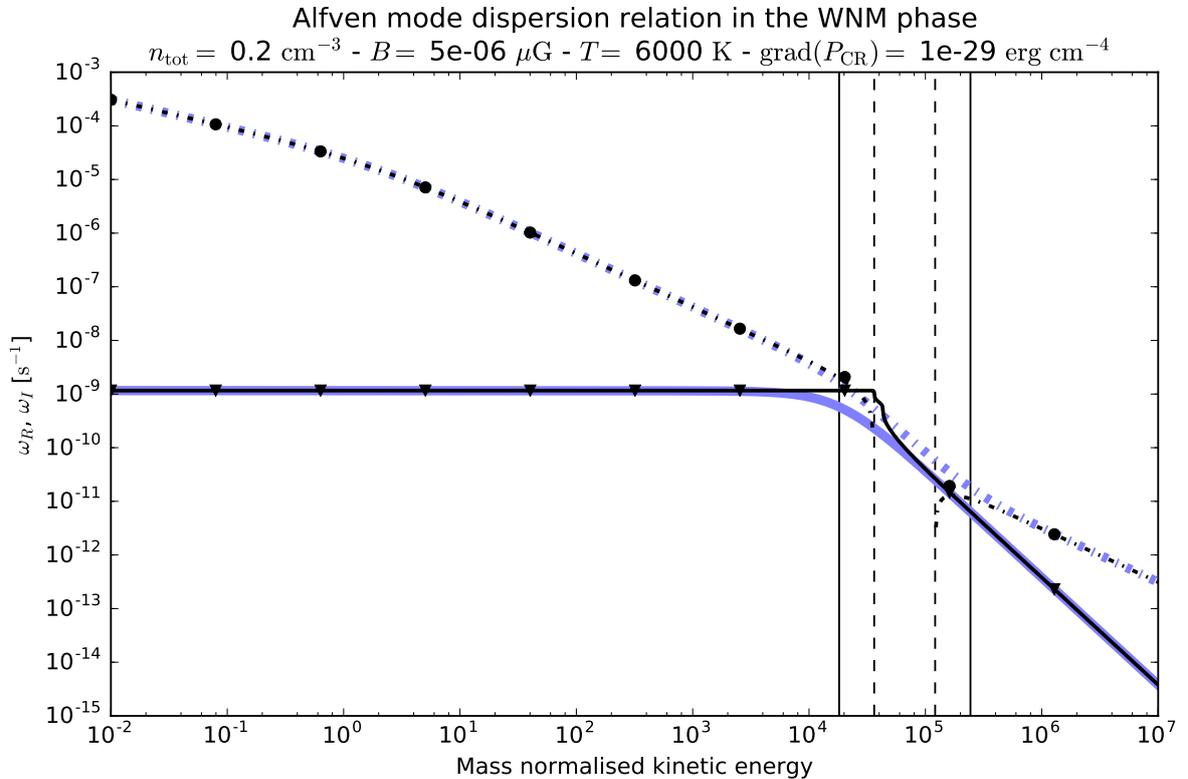


FIGURE B.1 – Relation de dispersion des ondes d'Alfvén dans la phase WNM du milieu interstellaire.

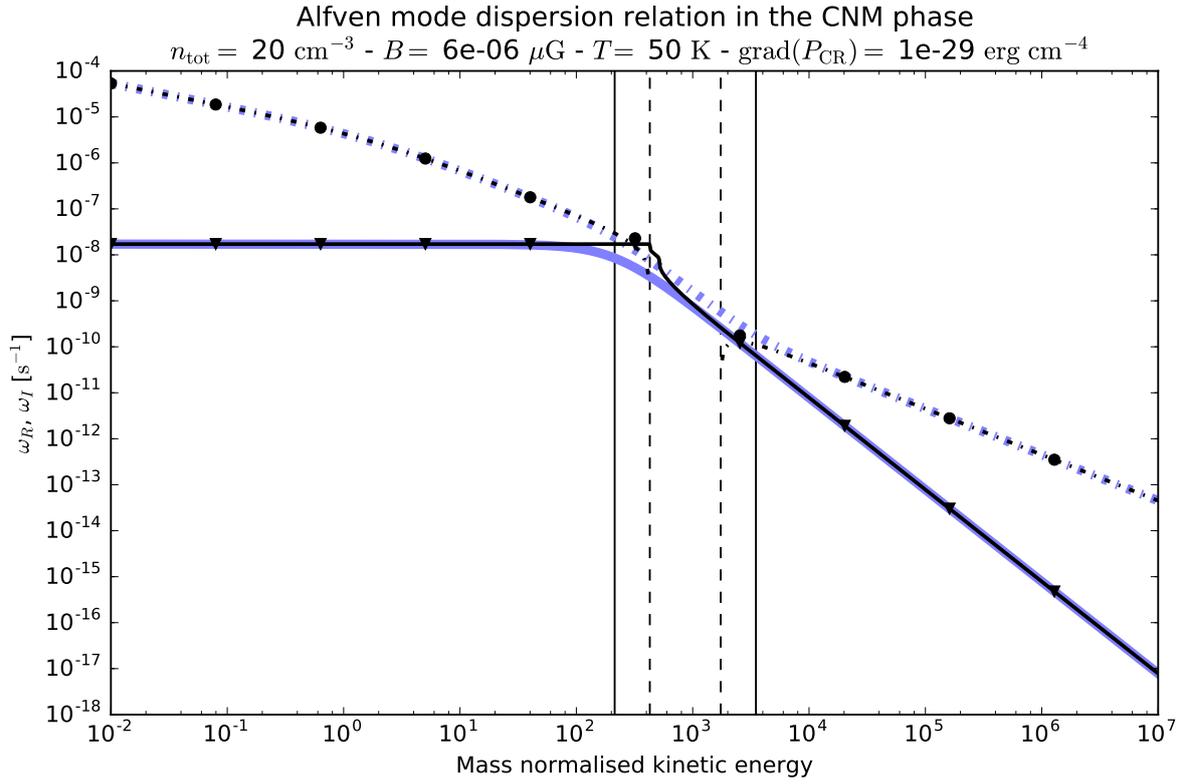


FIGURE B.2 – Relation de dispersion des ondes d’Alfvén dans la phase CNM du milieu interstellaire.

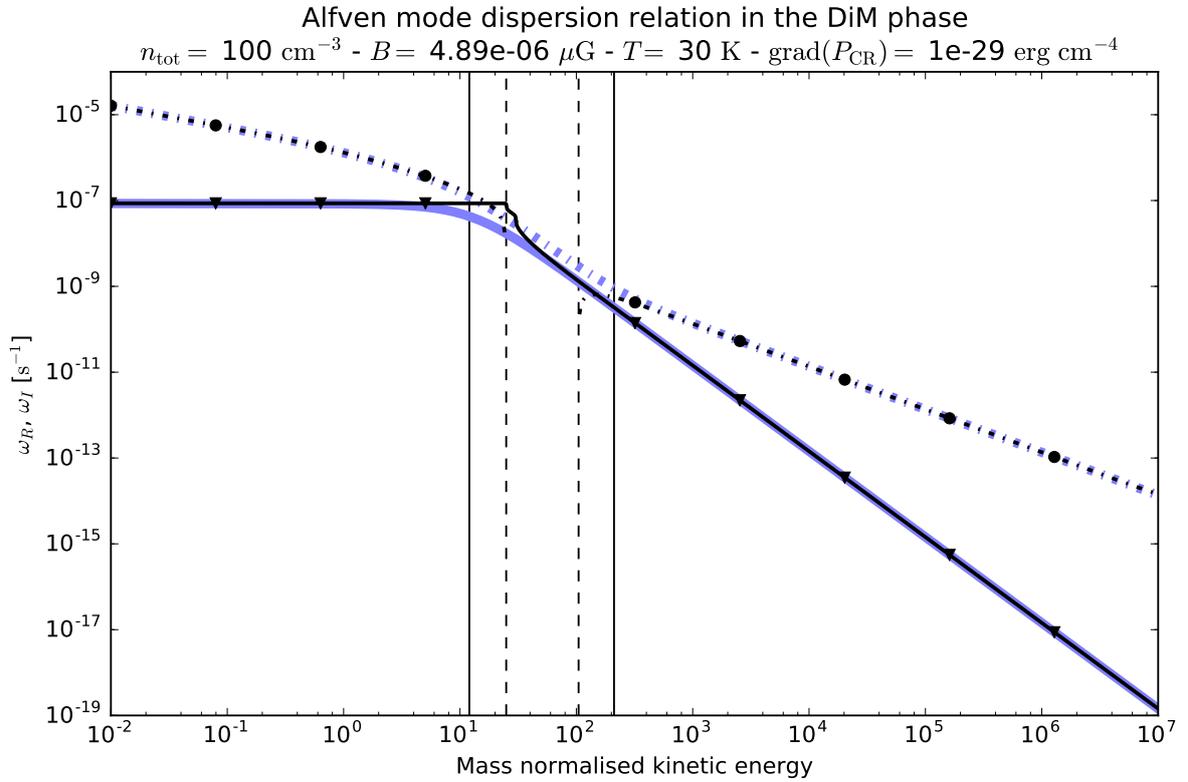


FIGURE B.3 – Relation de dispersion des ondes d’Alfvén dans la phase DiM du milieu interstellaire.

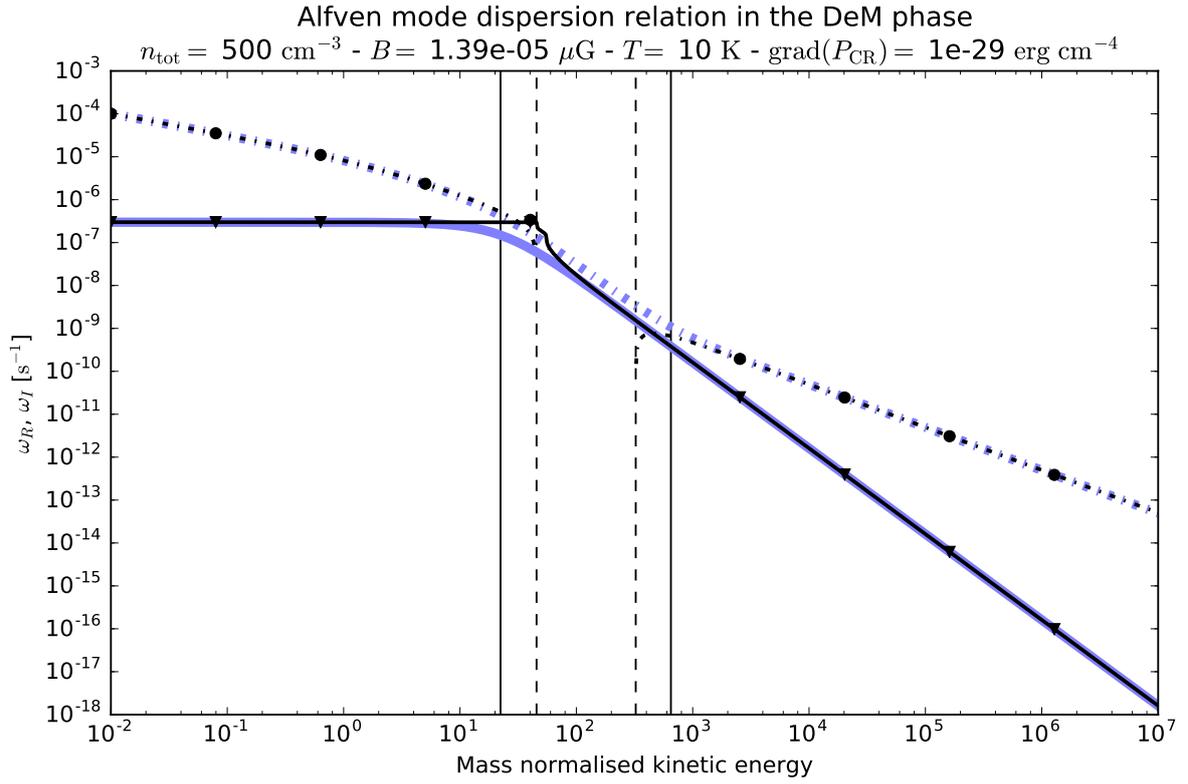


FIGURE B.4 – Relation de dispersion des ondes d’Alfvén dans la phase DeM du milieu interstellaire.

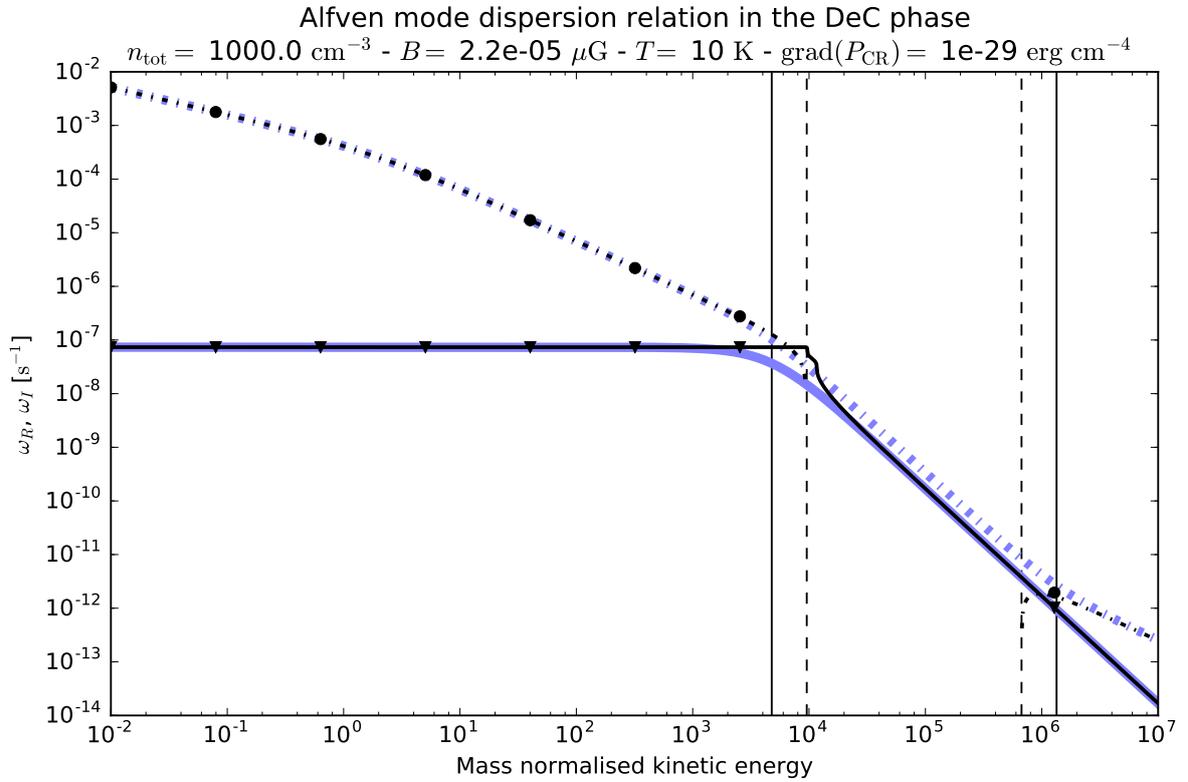


FIGURE B.5 – Relation de dispersion des ondes d’Alfvén dans la phase DeC du milieu interstellaire.

## B.2 Spectre turbulent

Les figures B.6, B.7, B.8, B.9 et B.10 décrivent l'évolution du niveau de turbulence dans les différentes phases du milieu interstellaire. En titre est indiqué la phase et en sous-titres sont indiqués les paramètres choisis de la phase. Les ronds noirs représentent l'évolution du niveau de turbulence à partir du taux d'amortissement des ondes d'Alfvén calculé dans l'approximation de faible/fort couplage et pour une résonance en delta de Dirac (équation 5.29). La ligne continue bleue représente l'évolution du niveau de turbulence à partir de l'expression exacte du taux d'amortissement des ondes d'Alfvén pour une résonance en delta de Dirac (équation 5.29). La ligne continue noire représente l'évolution du niveau de turbulence à partir de l'expression exacte du taux d'amortissement des ondes d'Alfvén et pour une résonance par une fonction Lorentzienne (équation ??). Ce dernier résultat est préliminaire et le comportement à haute énergie du niveau de turbulence est sujet à caution.

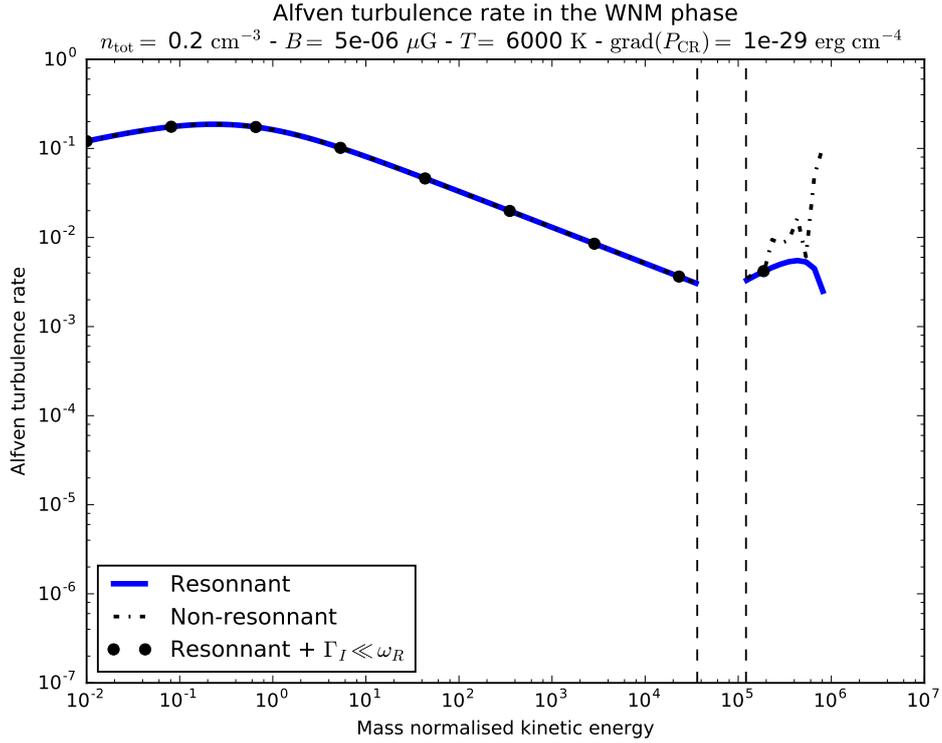


FIGURE B.6 – Turbulence des ondes d'Alfvén dans la phase WNM du milieu interstellaire.

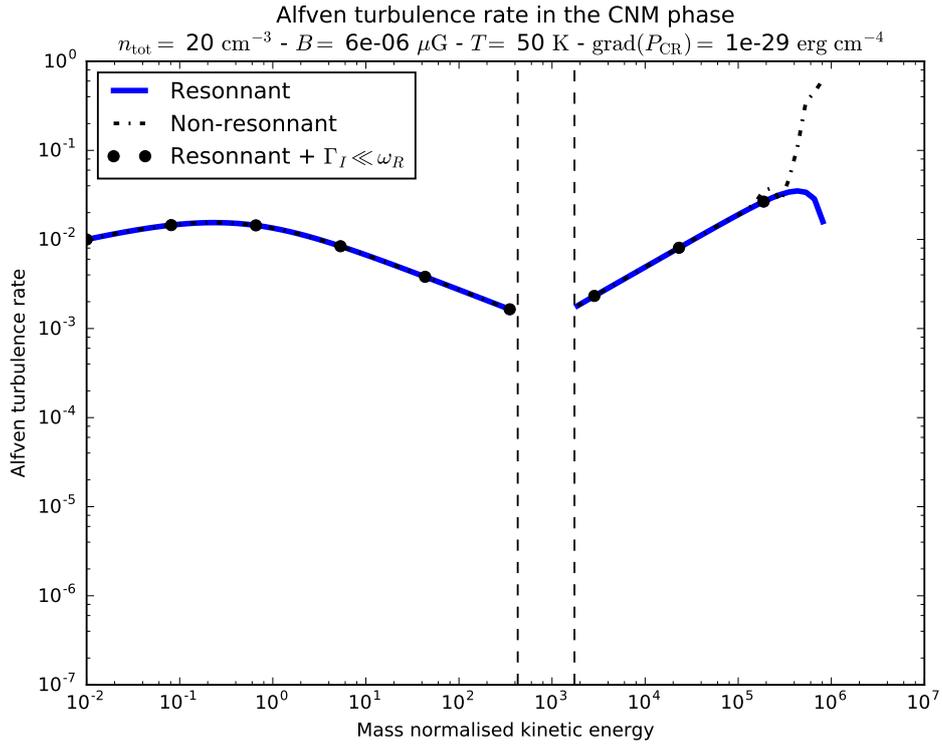


FIGURE B.7 – Turbulence des ondes d’Alfvén dans la phase CNM du milieu interstellaire.

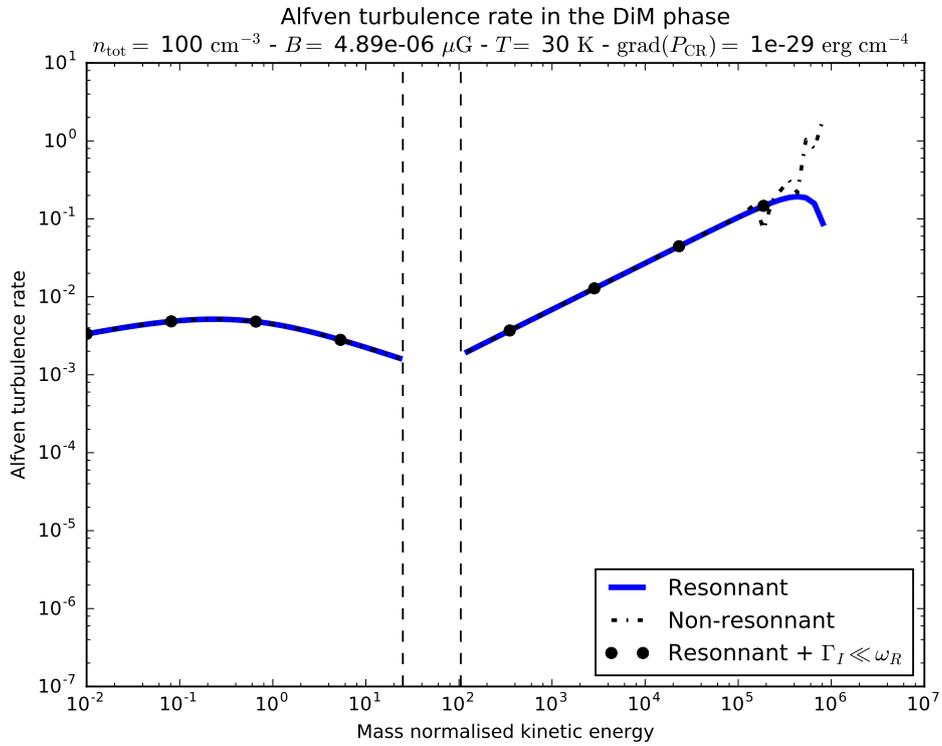


FIGURE B.8 – Turbulence des ondes d’Alfvén dans la phase DiM du milieu interstellaire.

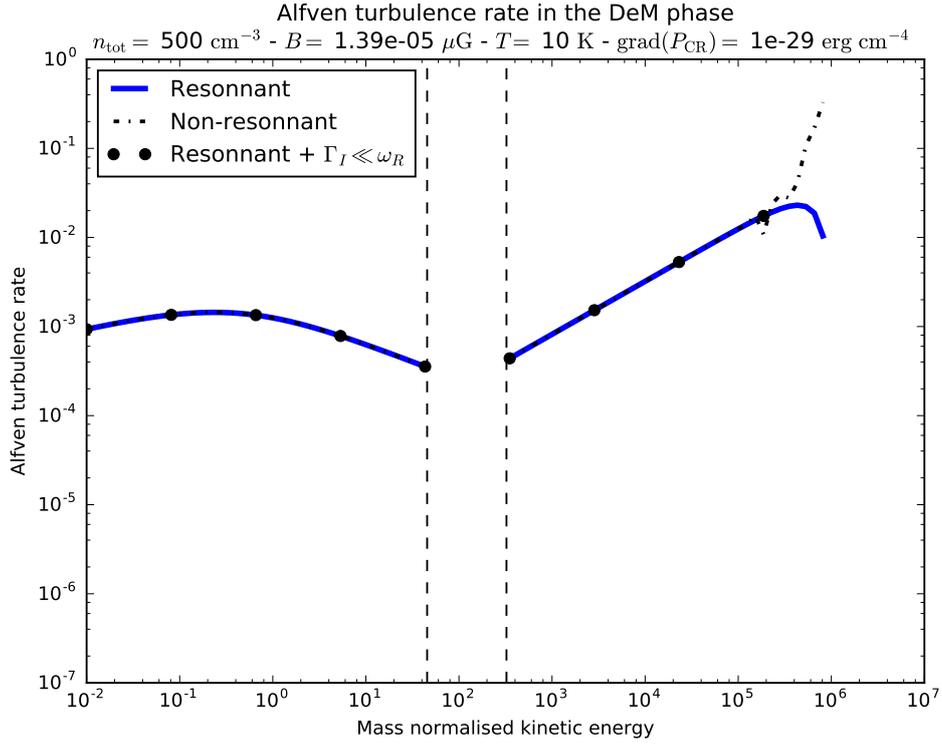


FIGURE B.9 – Turbulence des ondes d’Alfvén dans la phase DeM du milieu interstellaire.

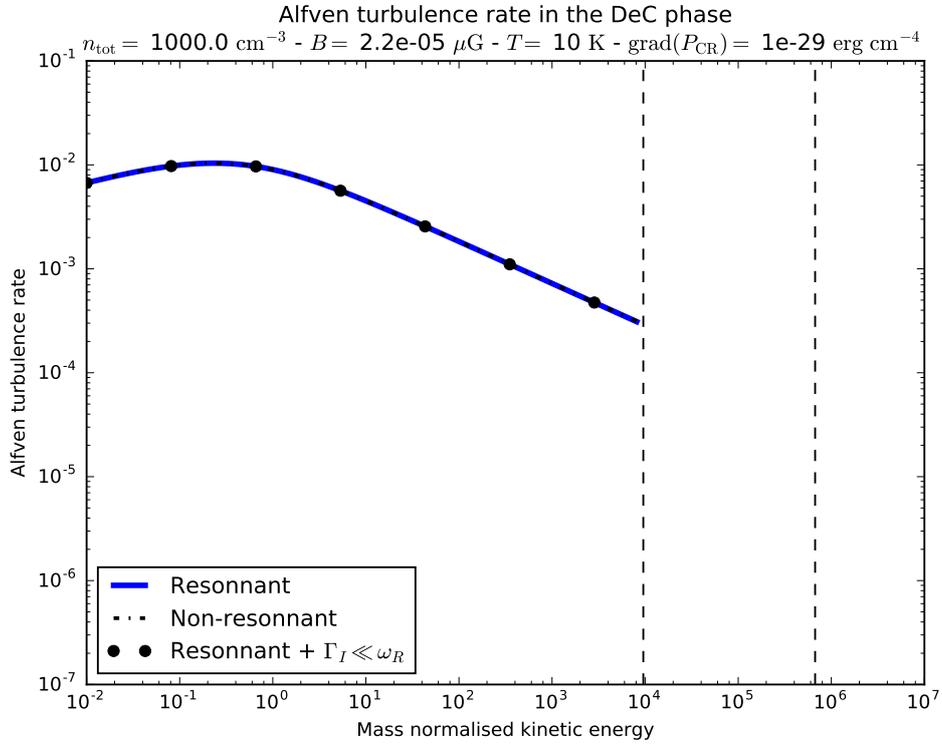


FIGURE B.10 – Turbulence des ondes d’Alfvén dans la phase DeC du milieu interstellaire.

### B.3 Coefficients de diffusion $D_{\mu\mu}$

Les figures B.11, B.12, B.13, B.14 et B.15 représentent l'évolution des coefficients de diffusion des rayons cosmiques en fonction de leur angle d'attaque  $\alpha$ . Ces derniers sont calculés pour trois énergies cinétiques différentes  $T_1 = 0.1 mc^2$ ,  $T_2 = mc^2$  et  $T = 10 mc^2$ , et à partir de la relation 6.9 dans le cadre d'une résonance en delta de Dirac.

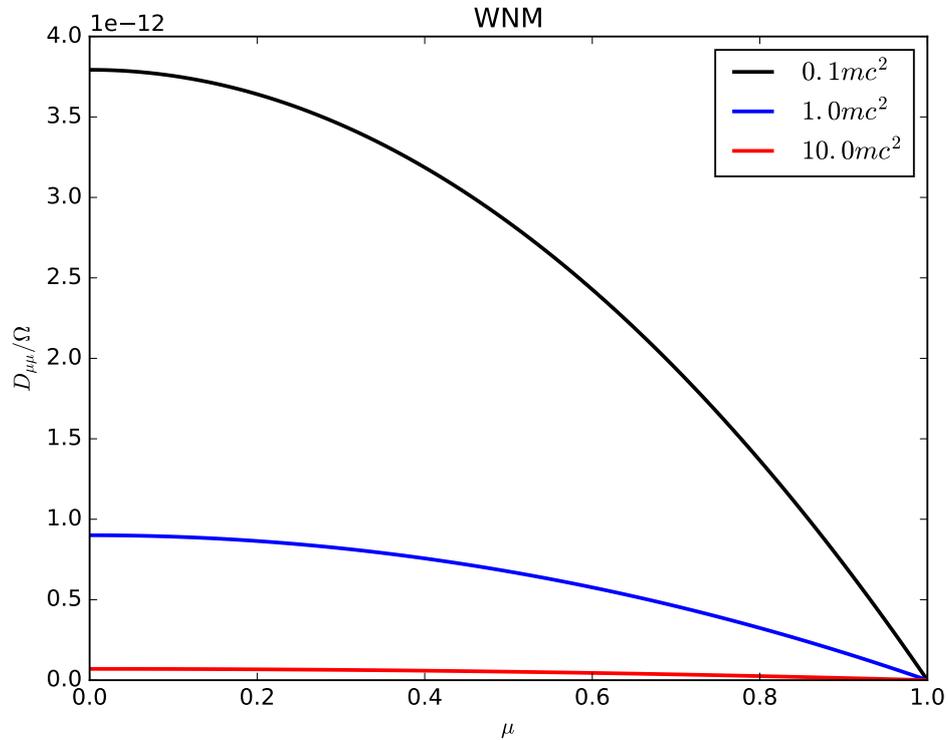


FIGURE B.11 – Coefficient de diffusion en angle d'attaque des RCs dans la phase WNM du milieu interstellaire pour 3 énergies cinétiques différentes.

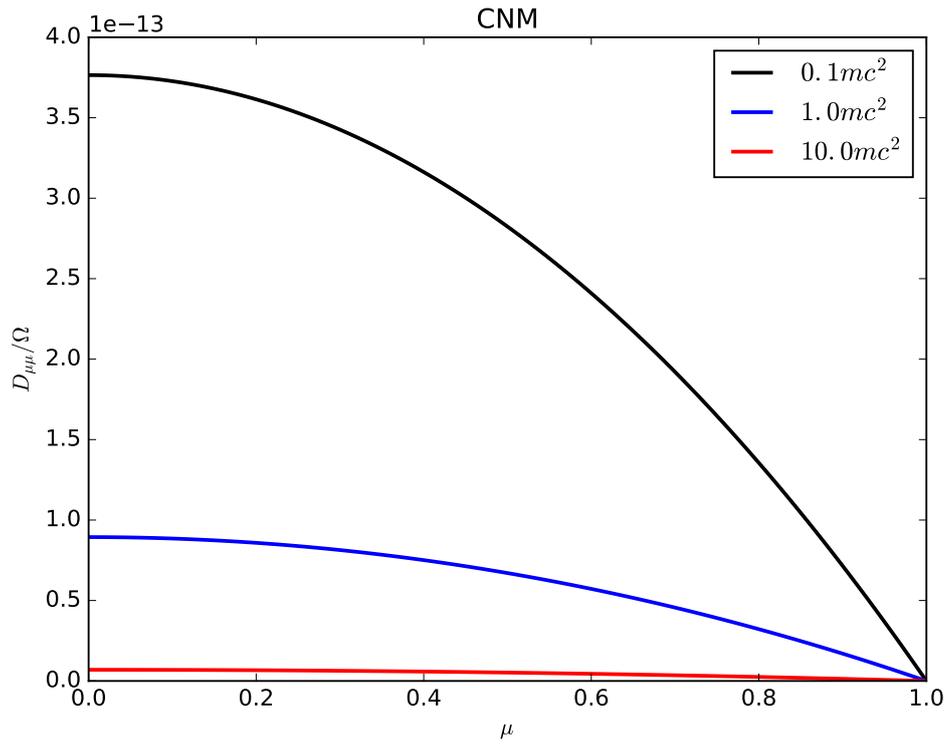


FIGURE B.12 – Coefficient de diffusion en angle d'attaque des RCs dans la phase CNM du milieu interstellaire pour 3 énergies cinétiques différentes.

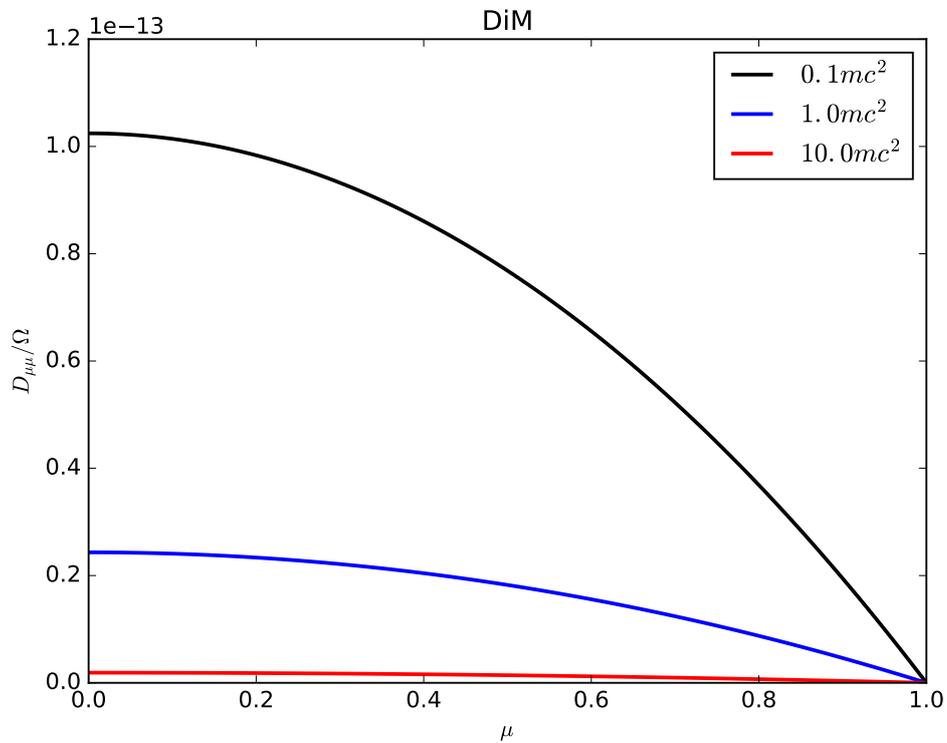


FIGURE B.13 – Coefficient de diffusion en angle d'attaque des RCs dans la phase DiM du milieu interstellaire pour 3 énergies cinétiques différentes.

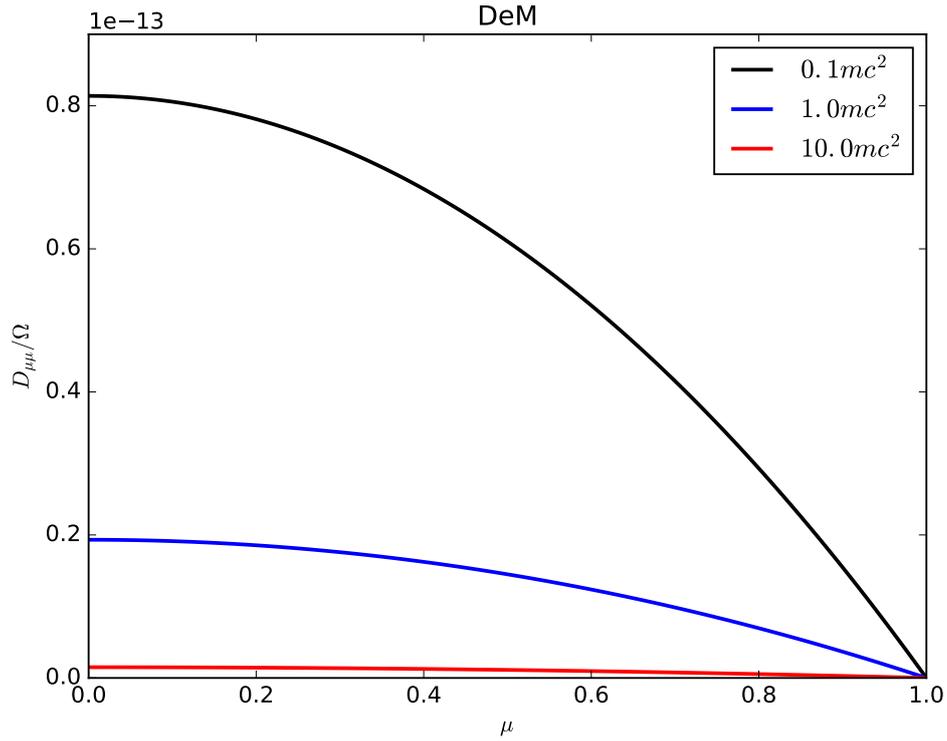


FIGURE B.14 – Coefficient de diffusion en angle d’attaque des RCs dans la phase DeM du milieu interstellaire pour 3 énergies cinétiques différentes.

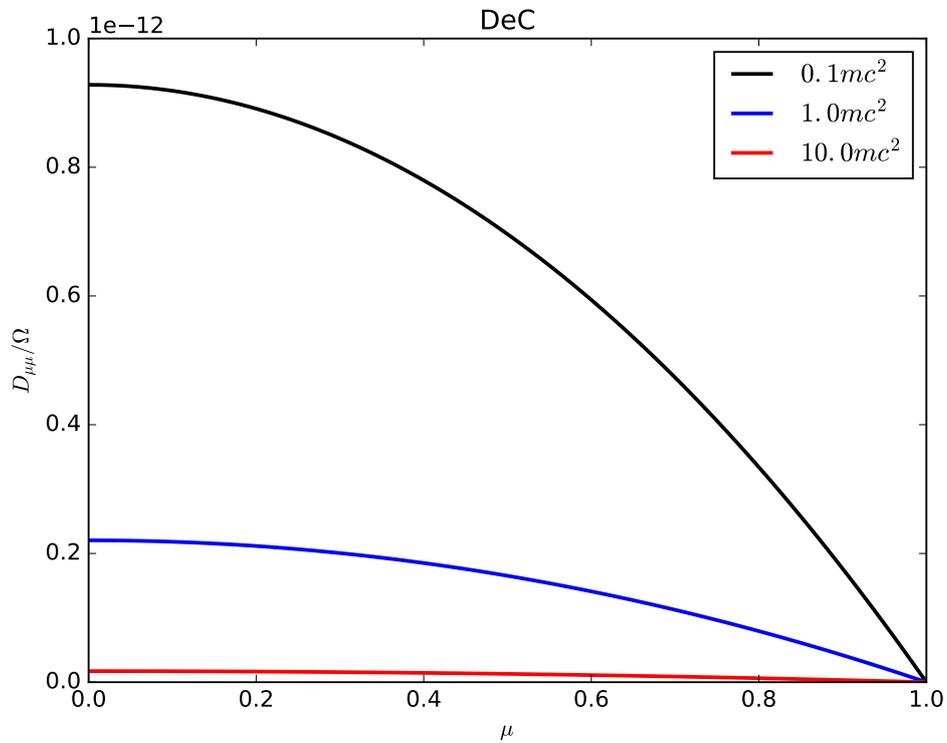


FIGURE B.15 – Coefficient de diffusion en angle d’attaque des RCs dans la phase DeC du milieu interstellaire pour 3 énergies cinétiques différentes.

# Bibliographie

- [1] U. Achatz, J. Steinacker, and R. Schlickeiser. Charged particle transport in a turbulent magnetized plasma - A reassessment and extension of quasilinear theory. *Astronomy and Astrophysics*, 250 :266–279, October 1991.
- [2] D. S. Balsara. Wave Propagation in Molecular Clouds. *Astrophysical journal*, 465 :775, July 1996.
- [3] L. Blitz, Y. Fukui, A. Kawamura, A. Leroy, N. Mizuno, and E. Rosolowsky. Giant Molecular Clouds in Local Group Galaxies. *Protostars and Planets V*, pages 81–96, 2007.
- [4] S. I. Braginskii. Kinematic Models of the Earth’s Hydromagnetic Dynamo. *Geomagnetism and Aeronomy*, 4 :572, 1964.
- [5] J. Cho and A. Lazarian. Numerical Simulations of Compressible MHD turbulence. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 34 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1124, December 2002.
- [6] J. Cho and A. Lazarian. Compressible MHD Turbulence : Mode Coupling, Anisotropies, and Scalings. In J. Arthur and W. J. Henney, editors, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, volume 15 of *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 27, pages 293–298, January 2003.
- [7] R. L. Diehl. Particle acceleration in cosmic sites. Astrophysics issues in our understanding of cosmic rays. *European Physical Journal D*, 55 :509–518, November 2009.
- [8] B. Draine. Using WISE to Measure the Diffuse Galactic Light. NASA ADAP Proposal, 2011.
- [9] B. T. Draine. Destruction Processes for Interstellar Dust. In A. Bonetti, J. M. Greenberg, and S. Aiello, editors, *Evolution of Interstellar Dust and Related Topics*, page 103, 1989.
- [10] B. T. Draine and N. Anderson. Temperature fluctuations and infrared emission from interstellar grains. *Astrophysical journal*, 292 :494–499, May 1985.
- [11] B. T. Draine and H. M. Lee. Optical properties of interstellar graphite and silicate grains. *Astrophysical journal*, 285 :89–108, October 1984.
- [12] L. O. ’. Drury and A. W. Strong. Power requirements for cosmic ray propagation models involving diffusive reacceleration; estimates and implications for the damping of interstellar turbulence. *Astronomy and Astrophysics*, 597 :A117, January 2017.
- [13] Y. Dubois and B. Commerçon. An implicit scheme for solving the anisotropic diffusion of heat and cosmic rays in the RAMSES code. *Astronomy and Astrophysics*, 585 :A138, January 2016.
- [14] A. Erlykin, T. Wibig, and A. W. Wolfendale. Young supernova remnants and the knee in the cosmic ray spectrum. *Astrophysics and Space Sciences Transactions*, 7 :179–182, May 2011.
- [15] D. Falceta-Gonçalves, G. Kowal, E. Falgarone, and A. C.-L. Chian. Turbulence in the interstellar medium. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 21 :587–604, May 2014.
- [16] E. Fermi. On the Origin of the Cosmic Radiation. *Physical Review*, 75 :1169–1174, April 1949.
- [17] Jr. R. C. Fleck. On the generation and maintenance of turbulence in the interstellar medium. *Astrophysical Journal, Letters*, 246 :L151–L154, June 1981.
- [18] S. Fromang, P. Hennebelle, and R. Teyssier. A high order Godunov scheme with constrained transport and adaptive mesh refinement for astrophysical magnetohydrodynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 457 :371–384, October 2006.
- [19] B. M. Gaensler, G. J. Madsen, S. Chatterjee, and S. A. Mao. The Vertical Structure of Warm Ionised Gas in the Milky Way. *Publications of the Astron. Soc. of Australia*, 25 :184–200, November 2008.
- [20] P. Goldreich and S. Sridhar. Toward a theory of interstellar turbulence. 2 : Strong alfvénic turbulence. *apj*, 438 :763–775, January 1995.
- [21] D. W. Goldsmith, H. J. Habing, and G. B. Field. Thermal Properties of Interstellar Gas Heated by Cosmic Rays. *Astrophysical journal*, 158 :173, October 1969.

- [22] R. Graham and W. D. Langer. Pressure Equilibrium of Finite-Size Clouds in the Interstellar Medium. *Astrophysical journal*, 179 :469–482, January 1973.
- [23] F. Hoyle and G. R. A. Ellis. On the Existence of an Ionized Layer about the Galactic Plane. *Australian Journal of Physics*, 16 :1, March 1963.
- [24] P. S. Iroshnikov. Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field. *Astronomicheskii Zhurnal*, 40 :742, 1963.
- [25] P. Jean, W. Gillard, A. Marcowith, and K. Ferrière. Positron transport in the interstellar medium. *Astronomy and Astrophysics*, 508 :1099–1116, December 2009.
- [26] J. R. Jokipii. Mechanism for Confinement of Cosmic Rays in the Galaxy. *International Cosmic Ray Conference*, 1 :401, 1971.
- [27] W.-T. Kim, E. C. Ostriker, and J. M. Stone. Three-dimensional Simulations of Parker, Magneto-Jeans, and Swing Instabilities in Shearing Galactic Gas Disks. *Astrophysical journal*, 581 :1080–1100, December 2002.
- [28] A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305, 1941.
- [29] A. Lazarian and J. Cho. Basic Properties of Compressible MHD Turbulence : Implications for Molecular Clouds. *Astrophysics and Space Science*, 292 :29–43, July 2004.
- [30] M. R. M. Leão, E. M. de Gouveia Dal Pino, D. Falceta-Gonçalves, C. Melioli, and F. G. Geraissate. Local star formation triggered by SN shocks in magnetized diffuse neutral clouds. In K. G. Strassmeier, A. G. Kosovichev, and J. E. Beckman, editors, *Cosmic Magnetic Fields : From Planets, to Stars and Galaxies*, volume 259 of *IAU Symposium*, pages 105–106, April 2009.
- [31] Y. Lithwick and P. Goldreich. Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence in Interstellar Plasmas. *Astrophysical journal*, 562 :279–296, November 2001.
- [32] J. Maron and P. Goldreich. Simulations of Incompressible Magnetohydrodynamic Turbulence. *Astrophysical journal*, 554 :1175–1196, June 2001.
- [33] J. S. Mathis, W. Rumpl, and K. H. Nordsieck. The size distribution of interstellar grains. *Astrophysical journal*, 217 :425–433, October 1977.
- [34] C. McKee. Dust Destruction in the Interstellar Medium. In L. J. Allamandola and A. G. G. M. Tielens, editors, *Interstellar Dust*, volume 135 of *IAU Symposium*, page 431, 1989.
- [35] C. F. McKee and J. P. Ostriker. A theory of the interstellar medium - Three components regulated by supernova explosions in an inhomogeneous substrate. *Astrophysical journal*, 218 :148–169, November 1977.
- [36] R. Monier. *Les étoiles et le milieu interstellaire : Introduction à l'astrophysique*. Physique-LMD. Ellipses, 2006.
- [37] L. Nava, S. Gabici, A. Marcowith, G. Morlino, and V. S. Ptuskin. Non-linear diffusion of cosmic rays escaping from supernova remnants - I. The effect of neutrals. *Monthly Notices of the RAS*, 461 :3552–3562, October 2016.
- [38] D. Pomarède, Y. Fidaali, E. Audit, A. S. Brun, F. Masset, and R. Teyssier. Interactive Visualization of Astrophysical Plasma Simulations with SDvision. In N. V. Pogorelov, E. Audit, and G. P. Zank, editors, *Numerical Modeling of Space Plasma Flows*, volume 385 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 327, April 2008.
- [39] R. E. Pudritz. The stability of molecular clouds. *Astrophysical journal*, 350 :195–208, February 1990.
- [40] W. W. Roberts. Large-Scale Shock Formation in Spiral Galaxies and its Implications on Star Formation. *Astrophysical journal*, 158 :123, October 1969.
- [41] R. Schlickeiser. Cosmic-ray transport and acceleration. I - Derivation of the kinetic equation and application to cosmic rays in static cold media. II - Cosmic rays in moving cold media with application to diffusive shock wave acceleration. *Astrophysical journal*, 336 :243–293, January 1989.
- [42] R. Schlickeiser. Cosmic-Ray Transport and Acceleration. II. Cosmic Rays in Moving Cold Media with Application to Diffusive Shock Wave Acceleration. *Astrophysical journal*, 336 :264, January 1989.
- [43] Reinhard Schlickeiser. *Cosmic Ray Astrophysics*. Springer, 2002.
- [44] C. G. Seab. Grain destruction and growth. In M. E. Bailey and D. A. Williams, editors, *Dust in the Universe*, pages 303–326, 1988.
- [45] J. A. Sellwood and S. A. Balbus. Differential Rotation and Turbulence in Extended H I Disks. *Astrophysical journal*, 511 :660–665, February 1999.
- [46] J. Skilling. Cosmic ray streaming. I - Effect of Alfvén waves on particles. *Monthly Notices of the RAS*, 172 :557–566, September 1975.

- [47] J. Skilling. Cosmic ray streaming. II - Effect of particles on Alfvén waves. *Monthly Notices of the RAS*, 173 :245–254, November 1975.
- [48] J. Skilling. Cosmic ray streaming. III - Self-consistent solutions. *Monthly Notices of the RAS*, 173 :255–269, November 1975.
- [49] S. Sridhar and P. Goldreich. Toward a theory of interstellar turbulence. 1 : Weak Alfvénic turbulence. *apj*, 432 :612–621, September 1994.
- [50] J. M. Stone, T. A. Gardiner, P. Teuben, J. F. Hawley, and J. B. Simon. Athena : Grid-based code for astrophysical magnetohydrodynamics (MHD). Astrophysics Source Code Library, October 2010.
- [51] J. M. Stone and M. N. Lemaster. Recent Applications Using Athena. In *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, volume 36 of *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 27, pages 31–36, August 2009.
- [52] R. Teyssier. Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *Astronomy and Astrophysics*, 385 :337–364, April 2002.
- [53] E. T. Vishniac, J. Cho, and A. Lazarian. MHD Turbulence in a Partially Ionized Medium. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 33 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1528, December 2001.
- [54] J. Wiener, E. G. Zweibel, and S. P. Oh. Cosmic Ray Heating of the Warm Ionized Medium. *Astrophysical journal*, 767 :87, April 2013.
- [55] S. Xu, A. Lazarian, and H. Yan. The Line Width Difference of Neutrals and Ions Induced by MHD Turbulence. *Astrophysical journal*, 810 :44, September 2015.
- [56] S. Xu, H. Yan, and A. Lazarian. Damping of Magnetohydrodynamic Turbulence in Partially Ionized Plasma : Implications for Cosmic Ray Propagation. *Astrophysical journal*, 826 :166, August 2016.
- [57] H. Yan and A. Lazarian. Cosmic Ray Transport Through Gyroresonance Instability in Compressible Turbulence. *Astrophysical journal*, 731 :35, April 2011.
- [58] E. G. Zweibel and J. M. Shull. Confinement of cosmic rays in molecular clouds. *Astrophysical journal*, 259 :859–868, August 1982.